

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
1 Funktionen	1
Mit Schuhen Gewinn machen	1
Der Schuh und sein Preis	2
1.1 Funktionen: Die Grundlage ökonomischer Modelle	2
Reellwertige Funktionen	3
Mengenschreibweise	3
Natürlich, ganz, rational, reell...	4
Teilmengenrelation	5
Venn-Diagramm	5
Intervaltraining	7
Ein Graph ist etwas edles	8
Die allgemeine Rolle von y	8
Symmetrie	8
1.2 Aufgaben	10
1.3 Funktionen, ohne die es wirklich nicht geht	12
Geraden	12
Steigungsdreieck	13
Achsenabschnittsform	13
Betragsfunktion	14
Parabelfunktionen	14
Scheitelpunktform	15
Polynomfunktionen	16
Quadratwurzelfunktion	17
Hyperbelfunktionen	17
Gebrochenrationale Funktionen	17
Wachstumsfunktionen	17
Zinseszins	18
Trigonometrische Funktionen	19
Nullstellen	20

X Inhaltsverzeichnis

Die Mitternachtsformel und nördlichere Varianten	21
Nullstellen von Polynomfunktionen und ein Duell	22
Nullstellen und Linearfaktoren	22
Polynomdivision	23
Nullstellen finden mit Hilfe von Polynomdivision	24
1.4 Aufgaben	25
Stetigkeit	28
Monotonie	28
Wertebereich	29
Verkettung von Funktionen	29
Preis-Absatz- und Nachfragefunktion	31
Eineindeutigkeit und die Umkehrfunktion	32
Bestimmung der Umkehrfunktion	33
Umkehrfunktion einer Geraden	34
Wurzelfunktionen	34
Natürlicher Logarithmus	35
Logarithmus zu einer anderen Basis	35
1.5 Aufgaben	35
1.6 Ökonomische Funktionen noch mal in Ruhe	38
Nachfragefunktionen	38
Angebotsfunktionen	39
Erlös- bzw. Umsatzfunktionen	39
Kostenfunktionen	40
Gewinnfunktionen	40
Produktionsfunktionen	41
1.7 Aufgaben	43
2 Folgen und Reihen	45
2.1 Folgen	45
Arithmetische Folgen	46
Lineare Verzinsung	46
Rekursives und explizites Bildungsgesetz	46
Geometrische Folgen	47
Zinsseszins	47
2.2 Partialsummen	47
Summenschreibweise	47
Partialsummen von arithmetischen Folgen	48
Beispiel	49
Linearer Gewinnzuwachs	49
Partialsummen von Quadratzahlen	50
Partialsummen von geometrischen Folgen	50
Aggregatorter Zinsseszins	51
Geometrischer Gewinnzuwachs	51
2.3 Reihen	51
Das Paradoxon von Zenon	51

	Inhaltsverzeichnis	XI
2.4	Unendliche Reihen	52
2.4	Aufgaben	53
3	Differentialrechnung	55
3.1	Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle	55
	Ohne Sekanten keine Tangente	55
	Sekanten von Geraden	56
	Sekanten der Normalparabel	56
	Die Ableitung	57
	Grenzwertprozesse und ihre Notation	57
	Ableitung einer Geraden	57
	Ableitung der Normalparabel	57
	Monome höheren Grades	57
	Die Ableitung der Exponentialfunktion	58
3.2	Aufgaben	59
3.3	Ableitungsregeln	59
	Faktorregel	60
	Summenregel	60
	Produktregel	60
	Quotientenregel	61
	Kettenregel	61
	Ableitung der Umkehrfunktion	61
	Logarithmische Ableitung	62
	Tabelle einiger Ableitungen	62
3.4	Aufgaben	63
	Ableitung ökonomischer Funktionen	64
	Tangentengleichung	65
	Das näherungsweise Änderungsverhalten einer Funktion	65
	Wie gut ist die lineare Näherung?	66
	Relative Änderung	67
3.5	Aufgaben	67
3.6	Mehr Spaß mit geometrischer Anschauung	68
	Sehr einfaches Beispiel	69
	Notwendig und Hinreichend?	70
	Umkehrschluss	70
	Wende- und Sattelstellen	71
	Stelle versus Punkt	71
	Sehr einfaches Beispiel - Fortführung	72
	Einfaches Beispiel	72
	Die Taylorentwicklung einer Funktion	72
3.7	Aufgaben	73
3.8	Elastizität	76
	Die Elastizität der Nachfrage	76
	Bogenelastizität	76
	Elastizität	77

XII Inhaltsverzeichnis

Begrifflichkeiten	77
Zurück zur Nachfrage	78
Elastizität mit der logarithmischen Brille	78
Rechenregeln für die Elastizität	79
Elastizität der Umkehrfunktion	79
3.9 Aufgaben	80
4 Integralrechnung	83
4.1 Mittelwerte über ein zeitliches Kontinuum	83
Eine erste Näherung	83
Eine zweite Näherung	84
Eine dritte Näherung	84
Eine vierte Näherung	85
Eine fünfte Näherung	86
Die Fläche unter dem Graphen des Aktienkurses	86
4.2 Das Integral	87
Das Integral einer konstanten Funktion	88
Das Integral einer Geradenfunktion	89
Die Integralfunktion	89
Die Integralfunktion einfacher Monome	90
Stammfunktionen und der erste Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	91
Beispiele und das unbestimmte Integral	92
Der zweite Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung ..	93
Schreibweise	93
Verallgemeinerungen	93
Beispiele	93
4.3 Aufgaben	94
4.4 Integrationsregeln	96
Faktorregel	96
Summenregel	96
Partielle Integration	96
Integration durch Substitution	97
4.5 Aufgaben	98
4.6 Ein Maß für Ungleichverteilung: Der Gini-Koeffizient	100
Die Lorenzkurve	100
Bemerkung: Die Lorenzkurve als Integralfunktion	101
Szenarien von Ungleichheit und die Lorenzkurve	101
Gleichverteilung	102
Absolute Ungleichverteilung	102
Der normierte Gini-Koeffizient	102
Beispiel: Lebensmitteldiscounter in Deutschland im Jahr 2013 ..	104
Der einfache Gini-Koeffizient	106
Die Einkommensungleichheit in Deutschland im Jahr 2003 ..	106
4.7 Aufgaben	106

5 Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	109
5.1 Lineare Gleichungssysteme	109
Baking bread	109
Bedarfsfunktionen	110
Erlösfunktionen	110
Lineare Funktionen	111
Linear versus affin linear	111
Lineare Gleichungen	111
Lineare Gleichungssysteme	112
Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	112
5.2 Aufgaben	112
5.3 Matrizen	113
Einführendes Beispiel	114
Matrizen	114
Quadratische Matrizen	115
Schreibweise	115
Vektoren	116
Wichtige Matrizen und Vektoren	116
Addition von Matrizen	117
Multiplikation von Matrizen mit Skalaren	117
Transposition von Matrizen	118
Matrixaddition, Skalarmultiplikation und Transposition	118
5.4 Aufgaben	119
5.5 Bedarfsverflechtungen und Matrixmultiplikation	120
Bedarfsverflechtungen	120
Verflechtungsgraphen	121
Produkt eines Zeilen- mit einem Spaltenvektor	121
Das Produkt eines Zeilen- mit einem Spaltenvektor	122
Das Produkt zweier Matrizen	123
Falkschema	124
Sinnvolle Notation im Falle einer Bedarfsverflechtung	124
Rohstoff- und Endproduktbedarfsvektoren	125
Skalarprodukt	125
Matrixmultiplikation und andere Matrixoperationen	126
5.6 Aufgaben	126
Besondere Produkte und Linearkombinationen	130
Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise	131
5.7 Aufgaben	132
6 Die Lösung linearer Gleichungssysteme	135
6.1 Elementare Zeilenoperationen	135
Ein erstes Beispiel	135
Elementare Zeilenoperationen	137
6.2 Normierte Zeilenstufenform	138
Zeilenstufenform	139

XIV Inhaltsverzeichnis

Normierte Zeilenstufenform	140
6.3 Aufgaben	140
6.4 Von der normierten Zeilenstufenform zur Lösungsmenge	141
Unendlich viele Lösungen	141
Leere Lösungsmenge	142
Eindeutige Lösung	143
Allgemeine Beschreibung der Lösungsmenge	143
Keine Lösung	143
Eindeutig bestimmte Lösung	144
Unendlich viele Lösungen	144
6.5 Aufgaben	144
6.6 Das Gauß–Jordansche Eliminationsverfahren	146
Erste Phase: Zeilenstufenform	146
Zweite Phase: Normierte Zeilenstufenform	146
Beispiel	147
6.7 Aufgaben	148
6.8 Die Inverse einer Matrix	149
Beispiele	150
Berechnung der Inversen	151
Beispiele	151
Inverse einer 2×2 -Matrix	151
6.9 Determinanten	152
Determinante einer 2×2 -Matrix	152
Determinante einer 3×3 -Matrix	152
Eine rekursive Formel	153
6.10 Aufgaben	154
7 Funktionen in mehreren Veränderlichen	157
Funktionen in mehreren Veränderlichen	158
Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen	158
Höhenlinien und graphische Darstellung	159
Homogenität	160
7.1 Aufgaben	161
Änderungsverhalten von Funktionen in mehreren Variablen	162
Partielle Ableitungen	162
Geometrische Interpretation	163
Näherungsverhalten	164
Totales Differential	164
Telefonverträge	165
Partielle Elastizitäten	165
7.2 Aufgaben	166
7.3 Extremwertbestimmung	167
Geometrische Anschauung	167
Stelle versus Punkt	169
Beispiele lokaler Extrema und lineare Algebra	169

Inhaltsverzeichnis XV

Sattelstellen	169
Schematisches Vorgehen	170
Beispiel	171
7.4 Aufgaben	172
7.5 Extremwertbestimmung mit Nebenbedingungen	174
Variablensubstitution	174
Die Lagrange-Methode im Beispiel	175
Die Lagrange-Methode für eine Nebenbedingung	176
Interpretation des Lagrangeschen Multiplikators λ	177
Ein einfaches Beispiel	177
Minimalkostenkombination	178
Beispiel Minimalkostenkombination	179
Die Lagrange-Methode für mehrere Nebenbedingungen	180
Beispiel	181
7.6 Aufgaben	181
8 Rechengesetze	185
Kommutativität	185
Assoziativität	185
Distributivität	185
Bruchrechnung	185
Binomische Formeln	186
Potenzgesetze	186
Exponential- und Logarithmusfunktion	186
Prozentrechnung	187
8.1 Aufgaben	187
9 Kleine Sammlung essentieller Tatsachen	189
10 Probeklausur	193
11 Lösungen ausgewählter Aufgaben	201
Sachverzeichnis	261