

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
1 Funktionen	1
Mit Schuhen Gewinn machen	1
Der Schuh und sein Preis	2
1.1 Funktionen: Die Grundlage ökonomischer Modelle	2
Reellwertige Funktionen	3
Mengenschreibweise	3
Natürlich, ganz, rational, reell... ..	4
Teilmengenrelation	5
Venn-Diagramm	5
Intervalltraining	7
Ein Graph ist etwas edles	8
Die allgemeine Rolle von y	8
Symmetrie	8
1.2 Aufgaben	10
1.3 Funktionen, ohne die es wirklich nicht geht	12
Geraden	12
Steigungsdreieck	13
Achsenabschnittsform	13
Betragsfunktion	14
Parabelfunktionen	14
Scheitelpunktform	15
Polynomfunktionen	16
Quadratwurzelfunktion	17
Hyperbelfunktionen	17
Gebrochenrationale Funktionen	17
Wachstumsfunktionen	17
Zinseszins	18
Trigonometrische Funktionen	19
Nullstellen	20

	Die Mitternachtsformel und nördlichere Varianten	21
	Nullstellen von Polynomfunktionen und ein Duell	22
	Nullstellen und Linearfaktoren	22
	Polynomdivision	23
	Nullstellen finden mit Hilfe von Polynomdivision	24
1.4	Aufgaben	25
	Stetigkeit	28
	Monotonie	28
	Wertebereich	29
	Verkettung von Funktionen	29
	Preis-Absatz- und Nachfragefunktion	31
	Eineindeutigkeit und die Umkehrfunktion	32
	Bestimmung der Umkehrfunktion	33
	Umkehrfunktion einer Geraden	34
	Wurzelfunktionen	34
	Natürlicher Logarithmus	35
	Logarithmus zu einer anderen Basis	35
1.5	Aufgaben	35
1.6	Ökonomische Funktionen noch mal in Ruhe	38
	Nachfragefunktionen	38
	Angebotsfunktionen	39
	Erlös- bzw. Umsatzfunktionen	39
	Kostenfunktionen	40
	Gewinnfunktionen	40
	Produktionsfunktionen	41
1.7	Aufgaben	43
2	Folgen und Reihen	45
2.1	Folgen	45
	Arithmetische Folgen	46
	Lineare Verzinsung	46
	Rekursives und explizites Bildungsgesetz	46
	Geometrische Folgen	47
	Zinseszins	47
2.2	Partialsummen	47
	Summenschreibweise	47
	Partialsummen von arithmetischen Folgen	48
	Beispiel	49
	Linearer Gewinnzuwachs	49
	Partialsummen von Quadratzahlen	50
	Partialsummen von geometrischen Folgen	50
	Aggregierter Zinseszins	51
	Geometrischer Gewinnzuwachs	51
2.3	Reihen	51
	Das Paradoxon von Zenon	51

Unendliche Reihen	52
2.4 Aufgaben	53
3 Differentialrechnung	55
3.1 Die Ableitung einer Funktion an einer Stelle	55
Ohne Sekanten keine Tangente	55
Sekanten von Geraden	56
Sekanten der Normalparabel	56
Die Ableitung	57
Grenzwertprozesse und ihre Notation	57
Ableitung einer Geraden	57
Ableitung der Normalparabel	57
Monome höheren Grades	57
Die Ableitung der Exponentialfunktion	58
3.2 Aufgaben	59
3.3 Ableitungsregeln	59
Faktorregel	60
Summenregel	60
Produktregel	60
Quotientenregel	61
Kettenregel	61
Ableitung der Umkehrfunktion	61
Logarithmische Ableitung	62
Tabelle einiger Ableitungen	62
3.4 Aufgaben	63
Ableitung ökonomischer Funktionen	64
Tangentengleichung	65
Das näherungsweise Änderungsverhalten einer Funktion	65
Wie gut ist die lineare Näherung?	66
Relative Änderung	67
3.5 Aufgaben	67
3.6 Mehr Spaß mit geometrischer Anschauung	68
Sehr einfaches Beispiel	69
Notwendig und Hinreichend?	70
Umkehrschluss	70
Wende- und Sattelstellen	71
Stelle versus Punkt	71
Sehr einfaches Beispiel - Fortführung	72
Einfaches Beispiel	72
Die Taylorentwicklung einer Funktion	72
3.7 Aufgaben	73
3.8 Elastizität	76
Die Elastizität der Nachfrage	76
Bogenelastizität	76
Elastizität	77

	Begrifflichkeiten	77
	Zurück zur Nachfrage	78
	Elastizität mit der logarithmischen Brille	78
	Rechenregeln für die Elastizität	79
	Elastizität der Umkehrfunktion	79
3.9	Aufgaben	80
4	Integralrechnung	83
4.1	Mittelwerte über ein zeitliches Kontinuum	83
	Eine erste Näherung	83
	Eine zweite Näherung	84
	Eine dritte Näherung	84
	Eine vierte Näherung	85
	Eine fünfte Näherung	86
	Die Fläche unter dem Graphen des Aktienkurses	86
4.2	Das Integral	87
	Das Integral einer konstanten Funktion	88
	Das Integral einer Geradenfunktion	89
	Die Integralfunktion	89
	Die Integralfunktion einfacher Monome	90
	Stammfunktionen und der erste Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	91
	Beispiele und das unbestimmte Integral	92
	Der zweite Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung ..	93
	Schreibweise	93
	Verallgemeinerungen	93
	Beispiele	93
4.3	Aufgaben	94
4.4	Integrationsregeln	96
	Faktorregel	96
	Summenregel	96
	Partielle Integration	96
	Integration durch Substitution	97
4.5	Aufgaben	98
4.6	Ein Maß für Ungleichverteilung: Der Gini-Koeffizient	100
	Die Lorenzkurve	100
	Bemerkung: Die Lorenzkurve als Integralfunktion	101
	Szenarien von Ungleichheit und die Lorenzkurve	101
	Gleichverteilung	102
	Absolute Ungleichverteilung	102
	Der normierte Gini-Koeffizient	102
	Beispiel: Lebensmitteldiscounter in Deutschland im Jahr 2013 ..	104
	Der einfache Gini-Koeffizient	106
	Die Einkommensungleichheit in Deutschland im Jahr 2003	106
4.7	Aufgaben	106

5	Lineare Gleichungssysteme und Matrizen	109
5.1	Lineare Gleichungssysteme	109
	Baking bread	109
	Bedarfsfunktionen	110
	Erlösfunktionen	110
	Lineare Funktionen	111
	Linear versus affin linear	111
	Lineare Gleichungen	111
	Lineare Gleichungssysteme	112
	Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	112
5.2	Aufgaben	112
5.3	Matrizen	113
	Einführendes Beispiel	114
	Matrizen	114
	Quadratische Matrizen	115
	Schreibweise	115
	Vektoren	116
	Wichtige Matrizen und Vektoren	116
	Addition von Matrizen	117
	Multiplikation von Matrizen mit Skalaren	117
	Transposition von Matrizen	118
	Matrixaddition, Skalarmultiplikation und Transposition	118
5.4	Aufgaben	119
5.5	Bedarfsverflechtungen und Matrixmultiplikation	120
	Bedarfsverflechtungen	120
	Verflechtungsgraphen	121
	Produkt eines Zeilen- mit einem Spaltenvektor	121
	Das Produkt eines Zeilen- mit einem Spaltenvektor	122
	Das Produkt zweier Matrizen	123
	Falkschema	124
	Sinnvolle Notation im Falle einer Bedarfsverflechtung	124
	Rohstoff- und Endproduktbedarfsvektoren	125
	Skalarprodukt	125
	Matrixmultiplikation und andere Matrixoperationen	126
5.6	Aufgaben	126
	Besondere Produkte und Linearkombinationen	130
	Lineare Gleichungssysteme in Matrixschreibweise	131
5.7	Aufgaben	132
6	Die Lösung linearer Gleichungssysteme	135
6.1	Elementare Zeilenoperationen	135
	Ein erstes Beispiel	135
	Elementare Zeilenoperationen	137
6.2	Normierte Zeilenstufenform	138
	Zeilenstufenform	139

XIV Inhaltsverzeichnis

	Normierte Zeilenstufenform	140
6.3	Aufgaben	140
6.4	Von der normierten Zeilenstufenform zur Lösungsmenge	141
	Unendlich viele Lösungen	141
	Leere Lösungsmenge	142
	Eindeutige Lösung	143
	Allgemeine Beschreibung der Lösungsmenge	143
	Keine Lösung	143
	Eindeutig bestimmte Lösung	144
	Unendlich viele Lösungen	144
6.5	Aufgaben	144
6.6	Das Gauß–Jordansche Eliminationsverfahren	146
	Erste Phase: Zeilenstufenform	146
	Zweite Phase: Normierte Zeilenstufenform	146
	Beispiel	147
6.7	Aufgaben	148
6.8	Die Inverse einer Matrix	149
	Beispiele	150
	Berechnung der Inversen	151
	Beispiele	151
	Inverse einer 2×2 -Matrix	151
6.9	Determinanten	152
	Determinante einer 2×2 -Matrix	152
	Determinante einer 3×3 -Matrix	152
	Eine rekursive Formel	153
6.10	Aufgaben	154
7	Funktionen in mehreren Veränderlichen	157
	Funktionen in mehreren Veränderlichen	158
	Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen	158
	Höhenlinien und graphische Darstellung	159
	Homogenität	160
7.1	Aufgaben	161
	Änderungsverhalten von Funktionen in mehreren Variablen ...	162
	Partielle Ableitungen	162
	Geometrische Interpretation	163
	Näherungsverhalten	164
	Totales Differential	164
	Telefonverträge	165
	Partielle Elastizitäten	165
7.2	Aufgaben	166
7.3	Extremwertbestimmung	167
	Geometrische Anschauung	167
	Stelle versus Punkt	169
	Beispiele lokaler Extrema und lineare Algebra	169

	Sattelstellen	169
	Schematisches Vorgehen	170
	Beispiel	171
7.4	Aufgaben.....	172
7.5	Extremwertbestimmung mit Nebenbedingungen	174
	Variablensubstitution	174
	Die Lagrange-Methode im Beispiel.....	175
	Die Lagrange-Methode für eine Nebenbedingung	176
	Interpretation des Lagrangeschen Multiplikators λ	177
	Ein einfaches Beispiel	177
	Minimalkostenkombination	178
	Beispiel Minimalkostenkombination	179
	Die Lagrange-Methode für mehrere Nebenbedingungen	180
	Beispiel	181
7.6	Aufgaben.....	181
8	Rechengesetze	185
	Kommutativität	185
	Assoziativität	185
	Distributivität	185
	Bruchrechnung	185
	Binomische Formeln	186
	Potenzgesetze	186
	Exponential- und Logarithmusfunktion	186
	Prozentrechnung	187
8.1	Aufgaben.....	187
9	Kleine Sammlung essentieller Tatsachen	189
10	Probeklausur	193
11	Lösungen ausgewählter Aufgaben	201
	Sachverzeichnis	261