

Inhaltsverzeichnis

1 Funktionen	1
1.1 Grundbegriffe	2
1.2 Umkehrfunktion, Verkettung	11
1.3 Bivariate Funktionen	15
1.4 Multivariate Funktionen	18
1.5 Weitere Eigenschaften multivariater Funktionen	20
1.6 Ordnungen und Äquivalenzrelationen	22
Selbsttest	29
Aufgaben	30
 2 Matrizen und Vektoren	 33
2.1 Matrizen	34
2.2 Addition und Skalarmultiplikation von Matrizen	37
2.3 Multiplikation von Matrizen	41
2.4 Inverse Matrizen	44
2.5 Lineare Abbildungen	46
2.6 Geometrie des $\mathbb{R}^n$	49
2.7 Weitere Eigenschaften von Mengen im $\mathbb{R}^n$	54
2.8 Orthogonale Matrizen und Abbildungen	57
Selbsttest	61
Aufgaben	62
 3 Folgen und Reihen	 65
3.1 Zahlenfolgen	67
3.2 Mehrdimensionale Folgen	75
3.3 Weitere Eigenschaften von Folgen	77
3.4 Reihen	79
3.5 Geometrische Reihe	80
3.6 Anwendung: Finanzmathematik	81
3.7 Konvergenzkriterien für Reihen	86
3.8 Stetigkeit von Funktionen	90
3.9 Weitere Eigenschaften stetiger Funktionen	96

3.10	Fixpunkte einer Funktion	99
3.11	Stetigkeit von Funktionen mehrerer Veränderlicher	102
	Selbsttest	106
	Aufgaben	107
4	Differenzierbare Funktionen einer Variablen	109
4.1	Ableitung, Differential, Elastizität	110
4.2	Ableitungsregeln	118
4.3	Erste und zweite Ableitung	122
4.4	Nullstellen und Extrema	124
4.5	Wendepunkte	128
4.6	Monotonie, Konkavität, Konvexität	131
4.7	Höhere Ableitungen und Taylor-Polynom	134
4.8	Regel von L'Hospital	136
4.9	Mittelwertsatz	137
4.10	Numerische Verfahren zur Nullstellenbestimmung	139
	Selbsttest	148
	Aufgaben	150
5	Differenzierbare Funktionen mehrerer Variablen	153
5.1	Ableitung, Differential, Elastizitäten	154
5.2	Ableitungsregeln	161
5.3	Ableitung vektorwertiger Funktionen	163
5.4	Kettenregel und totale Ableitung	167
5.5	Homogenität	170
5.6	Implizite Funktionen	175
5.7	Richtungsableitung	182
5.8	Lokale lineare Approximation	184
	Selbsttest	188
	Aufgaben	189
6	Optimierung von Funktionen mehrerer Variablen	193
6.1	Extrema im Innern des Definitionsbereichs	194
6.2	Extrema am Rand des Definitionsbereichs	199
6.3	Globale Extrema	200
6.4	Extrema unter Nebenbedingungen	205
6.5	Enveloppentheorem	214
6.6	Hinreichende Bedingungen für Extrema unter Nebenbedingungen	219
6.7	Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen	223
6.8	Taylor-Polynom	233
	Selbsttest	235
	Aufgaben	237

7	Integralrechnung	241
7.1	Stammfunktionen	242
7.2	Unbestimmte Integrale	247
7.3	Bestimmte Integrale	250
7.4	Weitere Rechenregeln für bestimmte Integrale	251
7.5	Berechnung von Flächen	253
7.6	Partielle Integration	257
7.7	Integration durch Substitution	260
7.8	Uneigentliche Integrale	262
7.9	Integralrechnung in mehreren Variablen	267
7.10	Ableitung unter dem Integral	274
	Selbsttest	276
	Aufgaben	277
8	Lineare Gleichungen	281
8.1	Lösung einer linearen Gleichung	281
8.2	Elementare Zeilenumformungen	282
8.3	Das Gauß-Jordan-Verfahren	283
8.4	Inversion einer Matrix	291
	Selbsttest	294
	Aufgaben	295
9	Grundbegriffe der linearen Algebra	297
9.1	Linearkombinationen und Erzeugnis	297
9.2	Lineare Unterräume	300
9.3	Lineare Unabhängigkeit	301
9.4	Basis und Dimension	303
9.5	Rang einer Matrix	306
9.6	Mehr über lineare Gleichungen	309
9.7	Vektorräume	314
	Selbsttest	316
	Aufgaben	317
10	Determinanten und Eigenwerte von Matrizen	319
10.1	Determinanten	319
10.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	330
10.3	Eigenwerte symmetrischer Matrizen	339
10.4	Komplexe Eigenwerte	341
	Selbsttest	347
	Aufgaben	348
11	Lineare Optimierung	351
11.1	Grafische Lösung	354
11.2	Das Simplexverfahren	356

11.3 Die Mathematik des Simplexverfahrens	359
11.4 Das Simplexverfahren in Tableauform	364
11.5 Die Zweiphasenmethode zur Gewinnung einer Anfangslösung	371
11.6 Dualität	377
Selbsttest	387
Aufgaben	388
12 Differentialgleichungen	391
12.1 Differentialgleichungen erster Ordnung	395
12.2 Lineare Differentialgleichungen m -ter Ordnung	410
12.3 Stabilität von Differentialgleichungen	427
12.4 Systeme von Differentialgleichungen erster Ordnung	432
12.5 Stabilität von Differentialgleichungssystemen	454
Selbsttest	457
Aufgaben	457
13 Differenzengleichungen	461
13.1 Lineare Differenzengleichungen 1.Ordnung	466
13.2 Lineare Differenzengleichungen m -ter Ordnung	469
13.3 Stabilität von Differenzengleichungen	487
13.4 Systeme linearer Differenzengleichungen erster Ordnung	495
13.5 Stabilität von Differenzengleichungssystemen	515
Selbsttest	518
Aufgaben	518
A Das griechische Alphabet	523
B Mengen	525
C Summen und Produkte	531
D Kombinatorik	537
E Komplexe Zahlen	541
F Aussagenlogik	549
G Beweistechnik	555
H Kurzlösungen zu den Selbsttests	561
I Kurzlösungen zu den Aufgaben	565
Ausgewählte Lehrbücher	591
Index	593