

# Inhaltsverzeichnis

Geleitwort.....	V
Danksagung.....	VII
<b>Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>1 Reflexion.....</b>	<b>7</b>
1.1 Reflexion als individueller Denkprozess.....	8
1.1.1 Philosophische Perspektive.....	9
1.1.2 Mathematikdidaktische Perspektive.....	18
1.1.3 Zusammenfassung: Merkmale von Reflexion im Mathematikunterricht.....	26
1.2 Reflexion als interaktiver Prozess.....	27
1.2.1 Reflexion als widerspiegelndes Denken (Freudenthal).....	29
1.2.2 Mathematische Reflexion als Standpunkt- bzw. Perspektivwechsel (Schülke).....	35
1.2.3 Zusammenfassung und Diskussion.....	43
1.3 Reflektieren als Zielvorgabe für den Mathematikunterricht der Grundschule.....	47
<b>2 Wissensk Konstruktion im Mathematikunterricht .....</b>	<b>53</b>
2.1 Die epistemologische Perspektive auf mathematisches Wissen (Steinbring).....	54
2.1.1 Der relationale Charakter mathematischer Begriffe.....	54
2.1.2 Die vier Begründungskontexte für neues Wissen .....	55
2.1.3 Das epistemologische Dreieck.....	57
2.2 Die kommunikationstheoretische Perspektive auf mathematische Wissensk Konstruktion .....	59
2.2.1 Der besondere Charakter von Kommunikation (Luhmann).....	59
2.2.2 Die Bedeutung von Kommunikation für Mathematiklernen.....	62
2.3 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen .....	63
<b>3 Argumentation im Mathematikunterricht .....</b>	<b>65</b>
3.1 Die funktionale Struktur von Argumenten .....	67
3.2 Die Beziehung zwischen Mathematiklernen und Argumentieren .....	72
3.2.1 Lernen und Argumentieren .....	73
3.2.2 Lernen in kollektiven Argumentationen.....	77

3.2.3	Argumentationsanlässe .....	83
3.2.4	Zusammenfassung .....	88
3.3	Argumentieren als Zielvorgabe für den Mathematikunterricht .....	90
3.4	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen .....	93
<b>4</b>	<b>Mathematische Reflexion als Standpunktwechsel und Argumentation .....</b>	<b>99</b>
4.1	Mathematische Reflexion und Argumentation .....	101
4.2	Mathematische Perspektiv- und Standpunktwechsel in argumentativ geprägten Gesprächen .....	104
4.3	Vier Arten des mathematischen Perspektiv- oder Standpunktwechsels in argumentativ geprägten Gesprächen .....	105
4.4	Vergleich mit dem Konstrukt ‚mathematische Reflexion‘ nach Schülke (2013) .....	107
4.5	Zusammenfassung und Ausblick .....	110
<b>5</b>	<b>Design der Studie .....</b>	<b>113</b>
5.1	Entwicklung der Forschungsfragen .....	114
5.2	Methodologische Überlegungen .....	115
5.2.1	Mathematikdidaktik als Design-Science .....	115
5.2.2	Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik .....	116
5.3	Datenerhebung .....	119
5.4	Design der Lernumgebungen .....	122
5.4.1	Unterstützung mathematischer Reflexion durch kooperative Arbeitsformen .....	122
5.4.2	Unterstützung mathematischer Reflexion durch substanzielle Lernumgebungen .....	125
5.4.3	Die Lernumgebung ‚Plättchen in der Stellenwerttafel‘ .....	132
5.4.4	Die Lernumgebung ‚Malaufgaben erforschen‘ .....	142
5.4.5	Die Lernumgebung ‚Zahlenstreifen erforschen‘ .....	151
5.5	Datenauswertung .....	164
5.5.1	Methodisches Vorgehen: Überblick .....	164
5.5.2	Methodisches Vorgehen: Reflexionsanalyse .....	171
<b>6</b>	<b>Analysen .....</b>	<b>185</b>
6.1	JOCHEN und jarik besprechen ihre Entdeckungen und Begründungen zu 4er-Zahlenstreifen mit fester Additionszahl .....	185
6.1.1	Einordnung in die Unterrichtsreihe .....	185

6.1.2	Analyse der Produkte aus der Einzelarbeit .....	186
6.1.3	Detailanalyse von Phase 2: JOCHEN und jarik besprechen ihre Entdeckungen und Begründungen .....	193
6.1.4	Zusammenfassung und Fazit.....	218
6.2	JAKOB und die Lehrerin deuten das Punktfeld 17·17 .....	220
6.2.1	Einordnung der Szene .....	220
6.2.2	Analyse von JAKOBs schriftlich formulierter Beobachtung.....	224
6.2.3	Detailanalyse von Phase 3 .....	225
6.2.4	Zusammenfassung und Fazit.....	253
6.3	JOCHEN und jarik finden die Zielzahl des Zahlenstreifens -2/+6.....	255
6.3.1	Zeitliche Einordnung der Szene .....	255
6.3.2	Überblick über Phase 1: Jarik füllt den Zahlenstreifen -3/+6 aus und berechnet die Zielzahl 47 .....	256
6.3.3	Überblick über Phase 2: Hinweis der Lehrerin .....	257
6.3.4	Detailanalyse von Phase 3: JOCHEN und jarik sprechen über die Zielzahl des Zahlenstreifens -2/+6 .....	257
6.3.5	Zusammenfassung und Fazit.....	277
6.4	JENS und jarik finden ein Zahlenpaar mit dem Unterschied -999 .....	279
6.4.1	Einordnung der Szene .....	279
6.4.2	Analyse von Phase 3.4: Das Zahlenpaar mit dem Unterschied „-999“ .....	281
6.4.3	Zusammenfassung und Fazit.....	303
6.5	Eine 4. Klasse begründet den Zusammenhang zwischen der Mittelzahl 9 und der Zielzahl 45 bei 5er-Zahlenstreifen .....	306
6.5.1	Einordnung der Szene .....	306
6.5.2	Überblick über das Gespräch vor der Pause (Phasen 1, 2 und 3): Die Zahlenstreifen werden gesammelt, Beobachtungen benannt und teilweise begründet.....	307
6.5.3	Detailanalyse von Phase 3.3 und Phase 4 .....	309
6.5.4	Zusammenfassung und Fazit.....	333
<b>7</b>	<b>Ergebnisse und Schlussfolgerungen.....</b>	<b>337</b>
7.1	Mathematische Perspektiv- und Standpunktwechsel in argumentativ geprägten Unterrichtsgesprächen .....	338
7.1.1	Überblick über die rekonstruierten Perspektiv- und Standpunktwechsel .....	338
7.1.2	Kennzeichen mathematischer Perspektiven und Standpunkte .....	342

7.1.3	Der Begriff der ‚parallelen mathematischen Umgebung‘ .....	343
7.2	Mathematische Reflexion in unterschiedlichen interaktiven Konstellationen .....	347
7.2.1	Persönliche, gemeinsame und kollektive mathematische Perspektiven und Standpunkte .....	348
7.2.2	Persönliche und kollektive mathematische Reflexion .....	350
7.3	Anlässe und Bedingungen für mathematische Reflexion in argumentativ geprägten Unterrichtsgesprächen .....	352
7.3.1	Anlässe für mathematische Reflexion.....	352
7.3.2	Der Einfluss der Lehrkraft .....	354
7.3.3	Weitere Bedingungen für den erfolgreichen Verlauf mathematischer Reflexion .....	359
7.4	Mathematische Reflexion in argumentativ geprägten Gesprächen und Lernen .....	365
7.5	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen .....	369
7.5.1	Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse.....	369
7.5.2	Schlussfolgerungen .....	371
<b>Abbildungs- und Tabellenverzeichnis.....</b>		<b>375</b>
<b>Literatur.....</b>		<b>385</b>
<b>Transkriptionsregeln.....</b>		<b>399</b>