

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort.....	V
Danksagung.....	VII
Einleitung.....	1
1 Reflexion.....	7
1.1 Reflexion als individueller Denkprozess.....	8
1.1.1 Philosophische Perspektive.....	9
1.1.2 Mathematikdidaktische Perspektive.....	18
1.1.3 Zusammenfassung: Merkmale von Reflexion im Mathematikunterricht.....	26
1.2 Reflexion als interaktiver Prozess	27
1.2.1 Reflexion als widerspiegelndes Denken (Freudenthal).....	29
1.2.2 Mathematische Reflexion als Standpunkt- bzw. Perspektivwechsel (Schülke)	35
1.2.3 Zusammenfassung und Diskussion.....	43
1.3 Reflektieren als Zielvorgabe für den Mathematikunterricht der Grundschule	47
2 Wissenskonstruktion im Mathematikunterricht	53
2.1 Die epistemologische Perspektive auf mathematisches Wissen (Steinbring)	54
2.1.1 Der relationale Charakter mathematischer Begriffe.....	54
2.1.2 Die vier Begründungskontexte für neues Wissen	55
2.1.3 Das epistemologische Dreieck	57
2.2 Die kommunikationstheoretische Perspektive auf mathematische Wissenskonstruktion	59
2.2.1 Der besondere Charakter von Kommunikation (Luhmann).....	59
2.2.2 Die Bedeutung von Kommunikation für Mathematiklernen.....	62
2.3 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	63
3 Argumentation im Mathematikunterricht	65
3.1 Die funktionale Struktur von Argumenten	67
3.2 Die Beziehung zwischen Mathematiklernen und Argumentieren	72
3.2.1 Lernen und Argumentieren	73
3.2.2 Lernen in kollektiven Argumentationen.....	77

3.2.3 Argumentationsanlässe	83
3.2.4 Zusammenfassung	88
3.3 Argumentieren als Zielvorgabe für den Mathematikunterricht	90
3.4 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	93
4 Mathematische Reflexion als Standpunktwechsel und Argumentation	99
4.1 Mathematische Reflexion und Argumentation	101
4.2 Mathematische Perspektiv- und Standpunktwechsel in argumentativ geprägten Gesprächen	104
4.3 Vier Arten des mathematischen Perspektiv- oder Standpunktwechsels in argumentativ geprägten Gesprächen	105
4.4 Vergleich mit dem Konstrukt ‚mathematische Reflexion‘ nach Schülke (2013)	107
4.5 Zusammenfassung und Ausblick	110
5 Design der Studie	113
5.1 Entwicklung der Forschungsfragen	114
5.2 Methodologische Überlegungen	115
5.2.1 Mathematikdidaktik als Design-Science	115
5.2.2 Interpretative Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik	116
5.3 Datenerhebung	119
5.4 Design der Lernumgebungen	122
5.4.1 Unterstützung mathematischer Reflexion durch kooperative Arbeitsformen	122
5.4.2 Unterstützung mathematischer Reflexion durch substanzielle Lernumgebungen	125
5.4.3 Die Lernumgebung ‚Plättchen in der Stellenwerttafel‘	132
5.4.4 Die Lernumgebung ‚Malaufgaben erforschen‘	142
5.4.5 Die Lernumgebung ‚Zahlenstreifen erforschen‘	151
5.5 Datenauswertung	164
5.5.1 Methodisches Vorgehen: Überblick	164
5.5.2 Methodisches Vorgehen: Reflexionsanalyse	171
6 Analysen	185
6.1 JOCHEN und jarik besprechen ihre Entdeckungen und Begründungen zu 4er-Zahlenstreifen mit fester Additionszahl	185
6.1.1 Einordnung in die Unterrichtsreihe	185

6.1.2	Analyse der Produkte aus der Einzelarbeit	186
6.1.3	Detailanalyse von Phase 2: JOCHEN und jarik besprechen ihre Entdeckungen und Begründungen	193
6.1.4	Zusammenfassung und Fazit.....	218
6.2	JAKOB und die Lehrerin deuten das Punktefeld 17·17	220
6.2.1	Einordnung der Szene	220
6.2.2	Analyse von JAKOBs schriftlich formulierter Beobachtung.....	224
6.2.3	Detailanalyse von Phase 3	225
6.2.4	Zusammenfassung und Fazit.....	253
6.3	JOCHEN und jarik finden die Zielzahl des Zahlenstreifens -2/+6.....	255
6.3.1	Zeitliche Einordnung der Szene	255
6.3.2	Überblick über Phase 1: Jarik füllt den Zahlenstreifen -3/+6 aus und berechnet die Zielzahl 47.....	256
6.3.3	Überblick über Phase 2: Hinweis der Lehrerin	257
6.3.4	Detailanalyse von Phase 3: JOCHEN und jarik sprechen über die Zielzahl des Zahlenstreifens -2/+6	257
6.3.5	Zusammenfassung und Fazit.....	277
6.4	JENS und jarik finden ein Zahlenpaar mit dem Unterschied -999	279
6.4.1	Einordnung der Szene	279
6.4.2	Analyse von Phase 3.4: Das Zahlenpaar mit dem Unterschied „-999“	281
6.4.3	Zusammenfassung und Fazit.....	303
6.5	Eine 4. Klasse begründet den Zusammenhang zwischen der Mittelzahl 9 und der Zielzahl 45 bei 5er-Zahlenstreifen	306
6.5.1	Einordnung der Szene	306
6.5.2	Überblick über das Gespräch vor der Pause (Phasen 1, 2 und 3): Die Zahlenstreifen werden gesammelt, Beobachtungen benannt und teilweise begründet.....	307
6.5.3	Detailanalyse von Phase 3.3 und Phase 4	309
6.5.4	Zusammenfassung und Fazit.....	333
7	Ergebnisse und Schlussfolgerungen	337
7.1	Mathematische Perspektiv- und Standpunktwechsel in argumentativ geprägten Unterrichtsgesprächen	338
7.1.1	Überblick über die rekonstruierten Perspektiv- und Standpunktwechsel	338
7.1.2	Kennzeichen mathematischer Perspektiven und Standpunkte	342

7.1.3 Der Begriff der „parallelen mathematischen Umgebung“	343
7.2 Mathematische Reflexion in unterschiedlichen interaktiven Konstellationen	347
7.2.1 Persönliche, gemeinsame und kollektive mathematische Perspektiven und Standpunkte	348
7.2.2 Persönliche und kollektive mathematische Reflexion	350
7.3 Anlässe und Bedingungen für mathematische Reflexion in argumentativ geprägten Unterrichtsgesprächen	352
7.3.1 Anlässe für mathematische Reflexion.....	352
7.3.2 Der Einfluss der Lehrkraft	354
7.3.3 Weitere Bedingungen für den erfolgreichen Verlauf mathematischer Reflexion	359
7.4 Mathematische Reflexion in argumentativ geprägten Gesprächen und Lernen	365
7.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	369
7.5.1 Zusammenfassung der zentralen Ergebnisse.....	369
7.5.2 Schlussfolgerungen	371
Abbildungs- und Tabellenverzeichnis.....	375
Literatur.....	385
Transkriptionsregeln.....	399