

Inhaltsverzeichnis

1	Benötigte analytische Vorkenntnisse	1
1.1	Exponential- und Logarithmusfunktion	1
1.1.1	Exponentialfunktion $\exp(x)$ als Potenzreihe	1
1.1.2	Eigenschaften von $\exp(x)$	4
1.1.3	Exponentialfunktion	5
1.1.4	Basiswechsel und hyperbolische Funktionen	6
1.1.5	Logarithmusfunktion	7
1.2	Integralrechnung	8
1.2.1	Integral	8
1.2.2	Hauptsatz der Integralrechnung	10
1.2.3	Zur Berechnung von Integralen	12
1.3	Anwendungen der Integral- und Differentialrechnung	14
1.3.1	Fluchtgeschwindigkeit	14
1.3.2	Elastizität in der Ökonomie	15
1.3.3	Harmonische Summe und Reihe	15
1.3.4	Optimales Stoppen	17
1.3.5	Fermatsches Prinzip, Snelliussches Brechungsgesetz	19
1.4	Parametrisierte Kurven oder vektorwertige Funktionen	20
1.4.1	Definition und Beispiele	20
1.4.2	Ellipse	25
1.4.3	Kurventangenten, Geschwindigkeitsvektoren	26
1.5	Übungen Kapitel 1	29
2	Differentialgleichungen 1. Ordnung	37
2.1	Begriffliches	37
2.2	Geometrisches, Richtungsfeld, Isoklinen	38
2.3	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	41
2.3.1	Homogener Fall	41
2.3.2	Inhomogener Fall	43
2.4	Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen	45
2.5	Separable Differentialgleichungen	47

2.6	Autonome Differentialgleichung und Stabilität	50
2.7	Übungen Kapitel 2	52
3	Anwendungen 1. Ordnung	55
3.1	Populationsmodell	56
3.2	Newtonsches Abkühlungsgesetz	56
3.3	Radioaktivität und C14-Altersbestimmung	57
3.3.1	Radioaktivität	57
3.3.2	C14-Altersbestimmung	58
3.3.3	Mehr über die C14-Altersbestimmung	59
3.4	Verzinsung	61
3.5	Vorgegebene Elastizitätsfunktion in der Ökonomie	62
3.6	Verdunstung eines Regentropfens	62
3.7	Mischproblem	63
3.8	Vertikaler Raketenstart ohne Luftreibung	64
3.9	Gravitationstrichter	65
3.10	Atommüllbeseitigung mit Computereinsatz	67
3.11	Barometrische Höhenformeln	69
3.11.1	Isothermes Modell	70
3.11.2	Modell mit linear abnehmender Temperatur	70
3.11.3	Allgemeines Modell	71
3.12	Flüssigkeitscontainer	71
3.13	Elektrischer Schaltkreis	74
3.14	Kettenlinie	76
3.15	Globale Erwärmung	79
3.16	Brachistochronenproblem	81
3.17	Kosmologie	83
3.17.1	Geschichtliches	83
3.17.2	Ausdehnung und Alter des Universums	84
3.17.3	Olbers-Paradoxon	85
3.17.4	Friedmann-Lemaître-Gleichung	85
3.17.5	Einstein-De-Sitter-Modell	87
3.17.6	Modell mit positiver Raumkrümmung	87
3.18	Orthogonaltrajektorien	88
3.19	Übungen Kapitel 3	91
4	Differentialgleichungen 2. Ordnung und Systeme mit Anwendungen ..	97
4.1	Differentialgleichung 2. Ordnung	97
4.2	Differentialgleichungssystem 1. Ordnung	97
4.3	Wurfparabel	98
4.4	Modellieren mit Luftwiderstand	100
4.5	Coriolis-Kraft in der Meteorologie	100
4.6	Vektorfelder und Feldlinien	102
4.7	Helmholtz-Spulen	103
4.8	Schwingungen und Resonanz	106

4.9	Hunde-Problem	114
4.10	Gekoppelte Pendel	116
4.11	Räuber-Beute-Problem	118
4.12	Periodische Lösungen und Grenzzyklen	121
4.13	Zweikörperproblem der Himmelsmechanik	123
4.13.1	Historische Bemerkungen	123
4.13.2	Beweis des 2. Keplerschen Gesetzes	125
4.13.3	Beweis des 1. Keplerschen Gesetzes	126
4.13.4	Beweis des 3. Keplerschen Gesetzes	128
4.14	Übungen Kapitel 4	129
5	Numerische Verfahren mit Anwendungen	133
5.1	Grundsätzliches	133
5.2	Euler-Verfahren	134
5.3	Fehlerbetrachtungen	135
5.4	Verfahren von Heun	136
5.5	Runge-Kutta-Verfahren	137
5.6	Numerik von Differentialgleichungssystemen	138
5.7	Flugbahnen von Tennisbällen	140
5.7.1	Modellierung	140
5.7.2	Daten und Kräftevergleich	141
5.7.3	Mathematica-Programm für Berechnungen und Grafiken ...	142
5.7.4	Topspin-Bahnen	143
5.7.5	Slice-Bahnen	144
5.7.6	Vergleich Topspin-Bahn mit Flugbahn im Vakuum	144
5.8	Mathematisches Modell für einen Fallschirmabsprung	144
5.8.1	Analytisches Modell	145
5.8.2	Numerisches Modell	147
5.9	Erdnahe Satellitenbahnen	149
5.10	Übungen Kapitel 5	153
	Lösungen	157
	Literatur	169
	Index	171