

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Drei trigonometrische Unterrichtsinhalte im Lichte des genetischen Prinzips	3
1.1 Drei Inhalte des schulischen Trigonometrieunterrichts .	3
1.1.1 Der schulische Trigonometrieunterricht	4
1.1.2 Das genetische Prinzip	6
1.1.3 Der Bogenmaßbegriff	9
1.1.4 Die Additionstheoreme	11
1.1.5 Die Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion	13
1.2 Das genetische Prinzip	14
1.2.1 Wittmanns Formulierung des genetischen Prinzips	14
1.2.2 Die Reichweite des genetischen Prinzips	16
1.2.3 Natürliche Prozesse der Produktion und An-	
wendung mathematischer Erkenntnis	17
1.2.4 Die individuelle Genese	21
1.2.5 Kriterien einer gelungenen Orientierung	24
1.3 Das Vorhaben dieser Arbeit und das weitere Vorgehen	26
2 Sachanalyse der drei Unterrichtsinhalte	29
2.1 Die euklidische Ebene	30
2.2 Beiträge der reellen Analysis zur Sachanalyse	34
2.2.1 Die Summenfunktionen \sin und \cos	34
2.2.2 Die Rolle der Additionstheoreme in der reellen	
Analysis	37
2.2.3 Ein wichtiger Satz, Polarkoordinaten, die Dreh-	
matrix und die Multiplikation komplexer Zahlen	42
2.2.4 Der Begriff der Bogenlänge	47

2.3	Winkel und Winkelmaße	55
2.3.1	Der Winkelbegriff	55
2.3.2	Der Begriff der Winkelgröße	56
2.3.3	Über Winkelmessung	61
3	Die Einführung des Bogenmaßbegriffs	69
3.1	Die Rolle des Bogenmaßes im Trigonometrielehrgang .	70
3.1.1	Curriculare Verortung der Behandlung des Bogenmaßbegriffs	70
3.1.2	Gründe für die Behandlung des Bogenmaßbegriffs	73
3.1.3	Der Forschungsstand zur Behandlung des Bogenmaßbegriffs	78
3.2	Die Motivation der Einführung des Bogenmaßbegriffs .	81
3.2.1	Mathematische Motive zur Behandlung des Bogenmaßes	82
3.2.2	Mathematikhistorische Motive zur Behandlung des Bogenmaßes	83
3.2.3	Weitere Motive zur Behandlung des Bogenmaßes	86
3.2.4	Zusammenstellung und didaktische Evaluation der Motive	89
3.2.5	Eine Motivation der Einführung des Bogenmaßes	97
3.3	Ausblick: Die Einführung des Bogenmaßes	102
4	Die Erarbeitung der Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion	107
4.1	Die Rolle der Ableitungen im Unterricht	109
4.2	Konservative Zugänge zu den Ableitungen	115
4.2.1	Eine Vermutung aus der Anschauung	116
4.2.2	Verschiedene konventionelle Beweise	118
4.3	Ein revolutionärer Zugang zu den Ableitungen	127
4.4	Fazit	131
5	Die Behandlung der Additionstheoreme	133
5.1	Die Additionstheoreme und funktionales Denken . . .	134
5.1.1	Über die Zuordnung zweier Größen	135

5.1.2	Über die Beschreibung systematischer Änderungen	141
5.1.3	Über den Wechsel zwischen Ganzem und Ein- zelnem	143
5.2	Erklärende Beweise	145
5.2.1	Die Entdeckung der Sinusformel für den dop- pelten Winkel	145
5.2.2	Ein erklärender Beweis des Sinus-Additions- theorems	152
5.3	Zusammenfassung und historische Anmerkung	154
Fazit und Ausblick		157
Literaturverzeichnis		161