

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Drei trigonometrische Unterrichtsinhalte im Lichte des genetischen Prinzips</b>	<b>3</b>
1.1 Drei Inhalte des schulischen Trigonometrieunterrichts . . . . .	3
1.1.1 Der schulische Trigonometrieunterricht . . . . .	4
1.1.2 Das genetische Prinzip . . . . .	6
1.1.3 Der Bogenmaßbegriff . . . . .	9
1.1.4 Die Additionstheoreme . . . . .	11
1.1.5 Die Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion	13
1.2 Das genetische Prinzip . . . . .	14
1.2.1 Wittmanns Formulierung des genetischen Prinzips	14
1.2.2 Die Reichweite des genetischen Prinzips . . . . .	16
1.2.3 Natürliche Prozesse der Produktion und Anwendung mathematischer Erkenntnis . . . . .	17
1.2.4 Die individuelle Genese . . . . .	21
1.2.5 Kriterien einer gelungenen Orientierung . . . . .	24
1.3 Das Vorhaben dieser Arbeit und das weitere Vorgehen	26
<b>2 Sachanalyse der drei Unterrichtsinhalte</b>	<b>29</b>
2.1 Die euklidische Ebene . . . . .	30
2.2 Beiträge der reellen Analysis zur Sachanalyse . . . . .	34
2.2.1 Die Summenfunktionen $\sin$ und $\cos$ . . . . .	34
2.2.2 Die Rolle der Additionstheoreme in der reellen Analysis . . . . .	37
2.2.3 Ein wichtiger Satz, Polarkoordinaten, die Drehmatrix und die Multiplikation komplexer Zahlen	42
2.2.4 Der Begriff der Bogenlänge . . . . .	47

2.3	Winkel und Winkelmaße . . . . .	55
2.3.1	Der Winkelbegriff . . . . .	55
2.3.2	Der Begriff der Winkelgröße . . . . .	56
2.3.3	Über Winkelmessung . . . . .	61
<b>3</b>	<b>Die Einführung des Bogenmaßbegriffs</b>	<b>69</b>
3.1	Die Rolle des Bogenmaßes im Trigonometrielehrgang .	70
3.1.1	Curriculare Verortung der Behandlung des Bogenmaßbegriffs . . . . .	70
3.1.2	Gründe für die Behandlung des Bogenmaßbegriffs	73
3.1.3	Der Forschungsstand zur Behandlung des Bogenmaßbegriffs . . . . .	78
3.2	Die Motivation der Einführung des Bogenmaßbegriffs .	81
3.2.1	Mathematische Motive zur Behandlung des Bogenmaßes . . . . .	82
3.2.2	Mathematikhistorische Motive zur Behandlung des Bogenmaßes . . . . .	83
3.2.3	Weitere Motive zur Behandlung des Bogenmaßes	86
3.2.4	Zusammenstellung und didaktische Evaluation der Motive . . . . .	89
3.2.5	Eine Motivation der Einführung des Bogenmaßes	97
3.3	Ausblick: Die Einführung des Bogenmaßes . . . . .	102
<b>4</b>	<b>Die Erarbeitung der Ableitungen der Sinus- und Kosinusfunktion</b>	<b>107</b>
4.1	Die Rolle der Ableitungen im Unterricht . . . . .	109
4.2	Konservative Zugänge zu den Ableitungen . . . . .	115
4.2.1	Eine Vermutung aus der Anschauung . . . . .	116
4.2.2	Verschiedene konventionelle Beweise . . . . .	118
4.3	Ein revolutionärer Zugang zu den Ableitungen . . . .	127
4.4	Fazit . . . . .	131
<b>5</b>	<b>Die Behandlung der Additionstheoreme</b>	<b>133</b>
5.1	Die Additionstheoreme und funktionales Denken . . .	134
5.1.1	Über die Zuordnung zweier Größen . . . . .	135

5.1.2	Über die Beschreibung systematischer Änderungen . . . . .	141
5.1.3	Über den Wechsel zwischen Ganzem und Einzelnem . . . . .	143
5.2	Erklärende Beweise . . . . .	145
5.2.1	Die Entdeckung der Sinusformel für den doppelten Winkel . . . . .	145
5.2.2	Ein erklärender Beweis des Sinus-Additionstheorems . . . . .	152
5.3	Zusammenfassung und historische Anmerkung . . . . .	154
<b>Fazit und Ausblick</b>		<b>157</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>161</b>