

Inhalt

Vorwort	ix
1 Einleitung	1
1.1 Was sind Bilder?	1
1.2 Grundaufgaben der Bildverarbeitung	6
2 Mathematische Grundlagen	15
2.1 Grundbegriffe der Funktionalanalysis	15
2.1.1 Analysis auf normierten Räumen	15
2.1.2 Banach-Räume und Dualität	23
2.1.3 Aspekte der Hilbert-Raum-Theorie	28
2.2 Elemente der Maß- und Integrationstheorie	31
2.2.1 Maß und Integral	32
2.2.2 Lebesgue-Räume und Vektorräume von Maßen	37
2.2.3 Operationen auf Maßen	43
2.3 Schwache Differenzierbarkeit und Distributionen	47
3 Grundlegende Werkzeuge	53
3.1 Kontinuierliche und diskrete Bilder	53
3.1.1 Interpolation	53
3.1.2 Abtasten	56
3.1.3 Fehlermaße	57
3.2 Das Histogramm	60
3.3 Lineare Filter	65
3.3.1 Definition und Eigenschaften	66
3.3.2 Anwendungsbeispiele	71
3.3.3 Diskretisierung von Faltungen	77
3.4 Morphologische Filter	82
3.4.1 Grundlegende Operationen: Dilatation und Erosion	83
3.4.2 Zusammengesetzte Operationen	87
3.4.3 Anwendungsbeispiele	90
3.4.4 Diskretisierung von morphologischen Operationen	93
3.5 Weitere Entwicklungen	97
3.6 Aufgaben	99
4 Frequenz- und Skalenraummethoden	103
4.1 Die Fouriertransformation	103

4.1.1	Die Fouriertransformation auf $L^1(\mathbf{R}^d)$	103
4.1.2	Die Fouriertransformation auf $L^2(\mathbf{R}^d)$	106
4.1.3	Die Fouriertransformation für Maße und temperierte Distributionen	113
4.2	Fourierreihen und das Abtasttheorem	118
4.2.1	Fourierreihen	118
4.2.2	Das Abtasttheorem	120
4.2.3	Der Alias-Effekt	122
4.3	Diskrete Fouriertransformation	127
4.4	Die Wavelettransformation	134
4.4.1	Die gefensterte Fouriertransformation	135
4.4.2	Die kontinuierliche Wavelettransformation	137
4.4.3	Die diskrete Wavelettransformation	141
4.4.4	Schnelle Wavelettransformation	148
4.4.5	Zweidimensionale diskrete Wavelettransformation	152
4.5	Weitere Entwicklungen	156
4.6	Aufgaben	157
5	Partielle Differentialgleichungen in der Bildverarbeitung	161
5.1	Axiomatische Herleitung von partiellen Differentialgleichungen	162
5.1.1	Skalenraum-Axiome	162
5.1.2	Beispiele für Skalenraumanalysen	165
5.1.3	Existenz des infinitesimalen Generators	175
5.1.4	Viskositätslösungen	180
5.2	Standard-Modelle basierend auf partiellen Differentialgleichungen	185
5.2.1	Lineare Skalenraumanalysen: Die Wärmeleitungsgleichung	185
5.2.2	Morphologische Skalenraumanalysen	187
5.3	Nichtlineare Diffusion	194
5.3.1	Die Perona-Malik-Gleichung	195
5.3.2	Anisotrope Diffusion	210
5.4	Numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen	217
5.4.1	Diffusionsgleichungen	220
5.4.2	Transportgleichungen	225
5.5	Weitere Entwicklungen	231
5.6	Aufgaben	232
6	Variationsmethoden	237
6.1	Einleitung und Motivation	237
6.2	Grundlagen der Variationsrechnung und Konvexe Analysis	249
6.2.1	Die direkte Methode	249
6.2.2	Konvexe Analysis	256
6.2.3	Der Subdifferential-Kalkül	270
6.2.4	Fenchel-Dualität	285
6.3	Minimierung in Sobolew-Räumen und BV	299
6.3.1	Funktionale mit Sobolew-Strafterm	300
6.3.2	Anwendungsbeispiele	317

6.3.3	Die Totalvariation als Strafterm	333
6.3.4	Verallgemeinerung auf Farbbilder	365
6.4	Numerische Umsetzung	372
6.4.1	Lösen einer partiellen Differentialgleichung	373
6.4.2	Primale-duale Algorithmen	376
6.4.3	Anwendung der primalen-dualen Algorithmen	393
6.5	Weitere Entwicklungen	403
6.6	Aufgaben	410
Literaturverzeichnis		421
Bildnachweis		429
Notationsverzeichnis		431
Index		437