

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
----------------------	---

I Grundlagen	1
1 Modelle und ihre Anwendung	3
1.1 Modelle sind überall	3
1.2 Modelle in der Wissenschaft	5
1.3 Mathematische Modelle - ein Ausflug	10
1.3.1 Wohin wollen wir fahren?	11
1.3.2 Wann ist das Wetter günstig?	13
1.3.3 Wo kommt unser Auto her?	15
1.3.4 Wie finden wir den Weg?	16
1.3.5 Wie wird der Verkehr geregelt?	17
2 Modellierung des Freiwurfs beim Basketball	21
2.1 Erstes Modell: Der beste Abwurfwinkel	22
2.1.1 Analyse des Anwendungsproblems	22
2.1.2 Herleitung eines mathematischen Modells	24
2.1.3 Lösen des mathematischen Problems: Implementierung und Simulation	30
2.1.4 Interpretation der Ergebnisse und Verfeinerung des Modells	36
2.2 Zweites Modell: Die beste Wurfbahn	37
2.2.1 Analyse des Problems: Bestimmung des zulässigen Gebietes	38
2.2.2 Mathematisches Modell: Mehrzieloptimierung	43
2.2.3 Lösung, Auswertung und Interpretation	45
2.2.4 Analyse der Ergebnisse	47
2.3 Aufgaben	48
3 Methodik der mathematischen Modellierung	51
3.1 Modellierungszyklus	52
3.2 Analyse des Anwendungsproblems	53
3.2.1 Präzisierung der Fragestellung	54
3.2.2 Annahmen	55
3.3 Modellbildung	56
3.3.1 System- und Modellparameter	57
3.3.2 Zustandsgrößen und gesuchte Größen	58
3.3.3 Nebenbedingungen und bekannte Gesetzmäßigkeiten	59
3.3.4 Formulierung einer mathematischen Aufgabenstellung	60
3.4 Mathematische Analyse des Modells	60
3.5 Computergestützte Berechnungen und Simulationen	64
3.6 Interpretation und Validierung	65

3.6.1	Validierung der Berechnung der Lösung	65
3.6.2	Interpretation der Ergebnisse und Validierung des Modells	66
3.7	Modelltypen – Modellklassifikation	68
3.7.1	Mathematische Strukturen und Methoden	70
3.7.2	Gruppierung nach Phänomenen	73
3.7.3	Modellierungsziele	75
3.7.4	Beschreibungsebene	76
3.8	Aufgaben	77
II	Werkzeuge	79
4	Prinzipien zur Formulierung eines Modells	81
4.1	Erhaltungssätze und Bilanzgleichungen	82
4.1.1	Systembilanzgleichungen	82
4.1.2	Erhaltungsgrößen und Erhaltungssätze	85
4.1.3	Lokale Bilanzgleichungen	101
4.2	Zustände und Übergänge	109
4.2.1	Diskrete deterministische Übergänge	110
4.2.2	Stochastische Übergänge – Stochastische Prozesse	119
4.2.3	Zelluläre Automaten	124
4.2.4	Kontinuierliche Übergänge	128
4.3	Einmal vom Mikroskopischen zum Makroskopischen und zurück	131
4.3.1	Modell des idealen Gases	132
4.3.2	Fouriersches Gesetz der Wärmeleitung	135
4.3.3	Random-Walk-Modell der Diffusion	137
4.4	Aufgaben	141
5	Mathematische Analyse von Modellen	147
5.1	Lösbarkeit	147
5.1.1	Lineare und nichtlineare Gleichungen	147
5.1.2	Differentialgleichungen	151
5.1.3	Inverse und schlecht gestellte Probleme	153
5.2	Dimensionsanalyse	160
5.2.1	Einheiten und Dimensionen	161
5.2.2	Entdimensionalisierung und Skalierung	162
5.2.3	Modellreduktion durch Dimensionsanalyse	168
5.3	Linearisierung	169
5.4	Störungstheorie und asymptotische Entwicklung	175
5.5	Stationäre Zustände, Stabilität und asymptotisches Verhalten	177
5.5.1	Diskrete lineare dynamische Systeme	179
5.5.2	Diskrete nichtlineare dynamische Systeme	184

5.5.3	Markov-Ketten	186
5.5.4	Kontinuierliche lineare dynamische Systeme	188
5.5.5	Kontinuierliche nichtlineare dynamische Systeme	190
5.6	Aufgaben	194
6	Berechnung, Simulation und Visualisierung	197
6.1	Diskrete dynamische Systeme	199
6.2	Kontinuierliche dynamische Systeme	202
6.3	Partielle Differentialgleichungen	214
6.3.1	Eindimensionale Konvektions-Reaktions-Gleichung	215
6.3.2	Dreidimensionale Transportgleichung	221
6.4	Aufgaben	226
III	Fallstudien	229
7	Informationssuche im Web: Google's PageRank	231
7.1	Von der Link-Struktur zum PageRank	234
7.2	Zufalls-Surfer und Markov-Ketten	237
7.3	Lösungsstrategie und Sensitivitätsanalyse	244
7.3.1	Berechnung des PageRanks mit der Vektoriteration	245
7.3.2	Konvergenzgeschwindigkeit und Wahl des Parameters α	246
7.3.3	Sensitivitätsanalyse	249
7.4	Berechnung des PageRank-Vektors	251
7.5	Diskussion und Ausblick	254
7.6	Aufgaben	256
8	Fischbestände und optimale Fangquoten	257
8.1	Einfache Modelle der Entwicklung von Fischbeständen	259
8.2	Optimale Fischfangquoten	263
8.3	Räuber-Beute-Modelle	266
8.4	Ausblick auf weitere Modelle	272
8.5	Aufgaben	276
9	Schadstoffausbreitung in einem Gewässer	279
9.1	Konvektion und Abbau in einem Fluss	281
9.2	Konvektion, Diffusion und Abbau in einem flachen See	287
9.3	Drei Dimensionen und andere Verallgemeinerungen	294
9.4	Aufgaben	297

A	MATLAB[®]-Tutorial	299
A.1	Grundlagen	299
	A.1.1 Die Benutzeroberfläche	300
	A.1.2 Matrizen als grundlegende Datenstruktur	300
	A.1.3 Rechnen mit Matrizen	303
	A.1.4 Aufruf von eingebauten MATLAB-Funktionen	305
A.2	Programmieren in MATLAB	307
	A.2.1 Skripte und Funktionen	307
	A.2.2 Kontrollstrukturen	310
	A.2.3 Function Handle	312
	A.2.4 Programmierstil	313
	A.2.5 Effiziente Berechnungen	316
A.3	Grafische Darstellung	318
	A.3.1 Linien und Punkte	318
	A.3.2 Animierte Darstellung	319
	A.3.3 Grafische Darstellung von Flächen	321
	A.3.4 Vektorfelder	322
	Literaturverzeichnis	325
	Index	329