

Inhaltsverzeichnis

1 Algebraische Strukturen	1
1.1 Aussagenlogik	1
1.2 Mengen und Quantoren	5
1.3 Abbildungen	10
1.4 Gruppen, Ringe, Körper und Vektorräume	14
1.5 Restklassen	34
1.6 Komplexe Zahlen	37
1.7 Zerlegung von Polynomen	47
1.8 Fundamentalsatz der Algebra	53
1.9 Aufgaben	55
2 Lineare Gleichungssysteme, Matrizen und Determinanten	57
2.1 Lösung linearer Gleichungssysteme	57
2.2 Matrix-Vektor-Notation	63
2.3 Reguläre und singuläre Matrizen, inverse Matrix	79
2.4 Darstellung elementarer Umformungen als Matrixprodukt	93
2.5 LU-Faktorisierung	108
2.6 Determinanten	120
2.7 Cramer'sche Regeln	146
2.8 Invariantenteilersatz	159
2.9 Aufgaben	167
3 Erzeugung von Vektorräumen	173
3.1 Lineare Erzeugnisse, Basis und Dimension	173
3.2 Standardisierung der Lösung inhomogener linearer Gleichungssysteme	203
3.3 Basiswahl und Koordinatenvektoren	209
3.4 Basiswechsel bei der Darstellung von Vektoren	218
3.5 Quotientenvektorräume	226
3.6 Aufgaben	229

4 Lineare Abbildungen und Bilinearformen	231
4.1 Lineare Abbildungen	231
4.2 Homomorphiesatz	244
4.3 Basiswahl und Koordinatenmatrix bei Homomorphismen	253
4.4 Basiswechsel und Äquivalenztransformation	260
4.5 Vektorraumendomorphismen	270
4.6 Basiswahl und Koordinatenmatrix bei Endomorphismen	270
4.7 Basiswechsel und Ähnlichkeitstransformation	271
4.8 Bilinearformen und quadratische Formen	277
4.9 Basiswahl und Strukturmatrix	281
4.10 Basiswechsel und Kongruenztransformation	289
4.11 Aufgaben	304
5 Produkte in Vektorräumen	307
5.1 Skalarprodukt	307
5.2 Norm, Metrik, Länge und Winkel	311
5.3 Orthogonale Entwicklung	323
5.4 Vektorprodukt	331
5.5 Spatprodukt	334
5.6 Aufgaben	336
6 Eigenwerte und Eigenvektoren	339
6.1 Eigenwertprobleme und charakteristisches Polynom	339
6.2 Adjungierte Endomorphismen	362
6.3 Selbstadjungierte Endomorphismen und Spektralsatz	368
6.4 Positiv definite Matrizen	385
6.5 Orthogonale und unitäre Endomorphismen bzw. Matrizen	389
6.6 Aufgaben	394
7 Trigonalisierung und Normalformen	399
7.1 Trigonalisierung durch f -invariante Teilräume	399
7.2 Hauptvektoren und Jordan'sche Normalform	412
7.3 Transformation durch invers gekoppelte Umformungen	467
7.4 Zusammenhang mit Invariantenteilern	469
7.5 Aufgaben	495
8 Anwendungen	499
8.1 Trigonometrische Polynome und Fourier-Reihen	499
8.2 Quadriken und mehrdimensionale quadratische Gleichungen	507
8.3 Markov-Ketten	513
8.4 Systeme linearer Differenzialgleichungen und Matrixexponentialreihe	521
8.5 Aufgaben	546
9 Zusammenfassungen und Übersichten	549
9.1 Regularität und Singularität	549
9.2 Basis und lineare Unabhängigkeit	554

9.3	Invarianten	554
9.4	Zusammenstellung der Matrixfaktorisierungen und ihrer Normalformen	557
9.5	Eigenwerttheorie	560
9.6	Mathematische Begriffe Deutsch – Englisch	563
	Literaturverzeichnis	565
Sachverzeichnis		567