

1	Logische Grundlagen für die Topologie	1
1.1	Ordinalzahlen	1
1.2	Das Auswahlaxiom und seine äquivalenten Formen	6
2	Elementare Topologie	11
2.1	Elementare Grundbegriffe	12
2.2	Einfache Folgerungen	22
2.3	Der Satz von TYCHONOFF	25
2.4	Das Lemma von URYSOHN	32
2.5	Die Quotiententopologie	38
2.6	Topologische Mannigfaltigkeiten	45
2.7	Die Klassifikation kompakter Flächen	48
2.8	Die EULER-Charakteristik	57
3	Algebraische Grundlagen – Teil I	63
3.1	Elemente der Gruppentheorie	63
3.2	Die Quaternionen und Drehungen im $\mathbb{R}^3$	76
4	Einstieg in die algebraische Topologie	81
4.1	Die Fundamentalgruppe	81
4.2	Überlagerungen	91
4.3	Decktransformationen	96
4.4	Der Satz von SEIFERT-VAN KAMPEN	110
4.5	Der Satz von NIELSEN-SCHREIER über freie Gruppen	117
4.6	Die WIRTINGER-Darstellung von Knotengruppen	122
4.7	Die Fundamentalgruppe der $SO(3)$	128
4.8	Höhere Homotopiegruppen	133
4.9	Die lange exakte Homotopiesequenz	140
4.10	Faserbündel und die Berechnung von $\pi_3(S^2, 1)$	146
4.11	Weitere Resultate zu Homotopiegruppen	155

5	Simpliziale Komplexe	159
5.1	Grundbegriffe	159
5.2	Simpliziale Approximation	163
5.3	Euklidische Umgebungsretrakte	166
5.4	Abbildungszylinder und -teleskope	176
5.5	PL-Mannigfaltigkeiten und die Hauptvermutung	183
6	Algebraische Grundlagen – Teil II	199
6.1	Kettenkomplexe und Homologiegruppen	199
6.2	Tensorprodukte, freie Auflösungen und Tor-Gruppen	200
6.3	Das universelle Koeffiziententheorem für die Homologie	209
6.4	Berechnungsformeln für Tor-Gruppen	213
6.5	Die KÜNNETH-Formel	216
7	Elemente der Homologietheorie	221
7.1	Ursprünge der Homologietheorie	221
7.2	Simpliziale Homologiegruppen	227
7.3	Singuläre Homologiegruppen	240
7.4	Der Homotopiesatz – Teil I	247
7.5	Intermezzo: Singuläre Homologie mit n -Würfeln	248
7.6	Der Homotopiesatz – Teil II	260
7.7	Die lange exakte Homologiesequenz	262
7.8	Der Ausschneidungssatz und einige seiner Anwendungen ...	264
7.9	Die Äquivalenz von simplizialer und singulärer Homologie ..	280
7.10	Die EULER-Charakteristik als homologische Invariante	284
7.11	Die Homologie kompakter Flächen	290
7.12	Die MAYER-VIETORIS-Sequenz	297
7.13	Die Homologie von Produkträumen	306
8	CW-Komplexe und einige ihrer Anwendungen	315
8.1	Grundlegende Definitionen und erste Beispiele	317
8.2	Sind CW-Komplexe allgemeiner als Simplizialkomplexe? ...	323
8.3	Teilkomplexe und Kompakta in CW-Komplexen	327
8.4	Kanonische ϵ -Umgebungen und Umgebungsretrakte	331

8.5	Zelluläre Abbildungen und zelluläre Approximation	339
8.6	Der Satz von WHITEHEAD	345
8.7	Zelluläre Homologie	350
8.8	CW-Approximationen und CW-Modelle	366
8.9	Brücken zwischen Homotopie- und Homologietheorie	374
8.10	Das Theorem von HUREWICZ	377
9	Algebraische Grundlagen – Teil III	397
9.1	Permutationen	397
9.2	Kohomologie und die Ext-Gruppen	399
9.3	Das universelle Koeffiziententheorem der Kohomologie	403
10	Kohomologie und die Poincaré-Dualität	407
10.1	Duale Triangulierungen und duale Teilräume	408
10.2	Der duale Kettenkomplex	417
10.3	Die Kohomologie simplizialer Komplexe	422
10.4	Lange exakte Sequenzen in der Kohomologie	428
10.5	Das Cap-Produkt und die simpliziale POINCARÉ-Dualität ..	432
10.6	Die POINCARÉsche Homologiesphäre $H^3_{\mathcal{P}} = \text{SO}(3)/I_{60}$	450
10.7	Homologische Charakterisierung von Orientierbarkeit	462
10.8	Singuläre Kohomologie und die POINCARÉ-Dualität	478
10.9	Der Kohomologiering topologischer Räume	495
10.10	Eine Anwendung auf Divisionsalgebren	502
10.11	Schnittzahlen und Verschlingungszahlen	511
10.12	Die HOPF-Invariante	522
	Literaturverzeichnis	537
	Index	545