

Inhaltsverzeichnis

I Grundlagen

1	Mengen, Zahlen und Gleichungen – das Handwerkszeug der Mathematik . . .	3
1.1	Mengen	4
1.2	Aussagen, Gleichungen und Ungleichungen	5
1.3	Natürliche, ganze, rationale und reelle Zahlen	6
1.4	Rechnen mit reellen Zahlen	9
1.5	Potenzen, Wurzeln und Logarithmen	9
1.6	Indexschreibweise und Summenzeichen	13
1.7	Fakultät und Binomialkoeffizienten	15
1.8	Lösen von Gleichungen	18
1.9	Lösen von Ungleichungen	26
1.10	Reelle Punktmengen	30
	Aufgaben	32
2	Funktionen	35
2.1	Grundlegende Begriffe und Eigenschaften	36
2.2	Polynome und rationale Funktionen	45
2.3	Partialbruchzerlegung	52
2.4	Potenz- und Wurfelfunktionen	55
2.5	Exponential- und Logarithmusfunktionen	56
2.6	Trigonometrische Funktionen	60
2.7	Hyperbelfunktionen	64
2.8	Weitere Funktionen	66
	Aufgaben	68
3	Komplexe Zahlen	69
3.1	Grundbegriffe und die kartesische Form	70
3.2	Rechnen in kartesischer Darstellung	71
3.3	Die Polarform komplexer Zahlen	74
3.4	Die Exponentialform komplexer Zahlen	77
3.5	Schwingungen, Zeiger und komplexe Zahlen	80
3.6	Polynome und algebraische Gleichungen	82
	Aufgaben	86

XI

II Analysis in einer Variablen

4	Folgen, Konvergenz und Reihen	91
4.1	Reelle Folgen	92
4.2	Konvergenz, Grenzwerte und Divergenz	94
4.3	Beschränktheit und Monotonie	96
4.4	Eigenschaften konvergenter Folgen	97
4.5	Differenzenfolgen	100
4.6	Reihen	102
4.7	Konvergenzkriterien für Reihen	103
4.8	Die Exponentialreihe	110
	Aufgaben	119
5	Funktionen, Grenzwerte und Stetigkeit	123
5.1	Funktionen einer reellen Variablen	124
5.2	Grenzwerte bei Funktionen und der Stetigkeitsbegriff	125
5.3	Beschränkte und monotone Funktionen	129
5.4	Natürlicher Logarithmus und allgemeine Exponentialfunktion	132
	Aufgaben	134
6	Differenzialrechnung einer Variablen	137
6.1	Differenzen- und Differenzialquotient	138
6.2	Grundregeln für die Differenziation	142
6.3	Ableitung der Exponential- und Logarithmusfunktion	146
6.4	Ableitung der trigonometrischen Grundfunktionen und ihrer lokalen Umkehrungen	148
6.5	Kurvenuntersuchung und Extremwerte	152
6.6	Grenzwertbestimmung	153
	Aufgaben	155
7	Integralrechnung einer Variablen	157
7.1	Das bestimmte Integral	158
7.2	Das unbestimmte Integral	161
7.3	Elementare Regeln zur Integration	164
7.4	Rotationskörper	169
7.5	Bogenlänge einer Kurve	171
7.6	Uneigentliche Integrale	171
	Aufgaben	173
8	Reihenentwicklungen	175
8.1	Potenzreihen	176
8.2	Taylor-Entwicklung	177
8.3	Fourier-Reihen	189
	Aufgaben	195

9	Vektorrechnung	199
9.1	Grundlagen der Vektorrechnung	200
9.2	Vektoroperationen	202
9.3	Ebene Vektoren	210
9.4	Vektoren im Raum	220
	Aufgaben	226
10	Analytische Geometrie	229
10.1	Das Skalarprodukt von Vektoren im Raum	230
10.2	Das Vektorprodukt	232
10.3	Geometrische Anwendungen der Vektorrechnung	238
	Aufgaben	250
11	Vektorräume und lineare Abbildungen	253
11.1	Der n -dimensionale reelle Raum	254
11.2	Euklidische Vektorräume	266
11.3	Allgemeine reelle oder komplexe Vektorräume	270
	Aufgaben	281
12	Matrizen und lineare Gleichungssysteme	283
12.1	Matrizen und Gleichungssysteme	284
12.2	Matrizenoperationen	296
12.3	Matrizen, lineare Abbildungen und lineare Gleichungssysteme	302
	Aufgaben	312
13	Determinanten und invertierbare Matrizen	315
13.1	Determinanten einer 2×2 - und einer 3×3 -Matrix	316
13.2	Die Determinante einer $n \times n$ -Matrix	325
13.3	Determinanten und invertierbare Matrizen	338
13.4	Orthogonale Matrizen und Isometrien	345
	Aufgaben	354
14	Eigenwerte und Normalformen	357
14.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	358
14.2	Diagonalisierbarkeit	364
14.3	Normalformen	374
	Aufgaben	391

IV Statistik

15	Eindimensionale deskriptive Statistik – ein Merkmal aussagekräftig beschreiben	395
15.1	Was soll das eigentlich mit der Statistik?	396
15.2	Grundbegriffe	397
15.3	Grafische Darstellungen von Daten	399
15.4	Empirische Verteilungsfunktionen	401
15.5	Histogramme	404
15.6	Kenngößen von Daten	405
	Aufgaben	409
16	Zweidimensionale deskriptive Statistik – den Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen beschreiben	411
16.1	Zusammenhangsuntersuchung bei nominalen Merkmalen	412
16.2	Zusammenhangsuntersuchung bei ordinalen Merkmalen	416
16.3	Zusammenhangsuntersuchung bei quantitativen Merkmalen	417
	Aufgaben	420
17	Wahrscheinlichkeitsrechnung – fundiert Prognosen erstellen	423
17.1	Wahrscheinlichkeitsraum, Ereignisse, Wahrscheinlichkeiten	424
17.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	428
17.3	Stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen	431
17.4	Zufallsvariablen	432
17.5	Verteilungen von Zufallsvariablen und ihre Kenngrößen	433
17.6	Stochastische Unabhängigkeit und Unkorreliertheit von Zufallsvariablen	443
17.7	Rechenregeln für Erwartungswert, Varianz und Kovarianz	445
17.8	Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	446
	Aufgaben	448
18	Induktive Statistik – Rückschlüsse von einer Stichprobe auf die Allgemeinheit ziehen	451
18.1	Statistische Schätzverfahren	452
18.2	Hypothesentests	459
	Aufgaben	472
Anhang A: Tabellen		475
A.1	Binomialverteilung	475
A.2	Standardnormalverteilung	485
A.3	Quantile der t-Verteilung	486
A.4	Quantile der χ^2 -Verteilung	487
A.5	Quantile der F-Verteilung	488
Anhang B: Lösungen		489
Abbildungsnachweis		523
Sachverzeichnis		525