

Inhaltsverzeichnis

1	Zur Motivation und Historie von Transformationsgruppen	1
2	Hilfsmittel aus der Analysis und der Linearen Algebra	6
3	Matrizengruppen über \mathbb{R} und \mathbb{C}	15
3.1	Die allgemeine lineare Gruppe mit Untergruppen	15
3.2	Die Quaternionen	21
4	Vektorfelder und autonome Differentialgleichungen	27
5	Gruppen von geometrischen Transformationen	35
5.1	Die affine Gruppe	36
5.2	Die euklidische Gruppe	40
5.3	Die orthogonale Gruppe und die sphärische Geometrie	42
5.4	Die projektive Gruppe	43
5.5	Die Möbius-Gruppe	47
5.6	Die hyperbolische Bewegungsgruppe	51
5.7	Die Lorentz-Gruppe und die Poincaré-Gruppe	56
5.8	Die Standgruppen der Gruppen von geometrischen Transformationen . . .	58
6	Exponentialreihe und Logarithmus von Matrizen	61
6.1	Die Exponentialreihe von Matrizen	62
6.2	Der Logarithmus von Matrizen	68
6.3	1-Parameter-Untergruppen von Matrizen	70
6.4	Reelle Potenzen von Matrizen	72
7	Der Tangentialraum im Einselement und die zugehörige Lie-Algebra	75
7.1	Der Tangentialraum im Einselement	77
7.2	Abgeschlossene Untergruppen von Matrizen	81
7.3	Untergruppen und Untermannigfaltigkeiten	87
7.4	Die Lie-Algebra einer Untergruppe von Matrizen	90
8	Lie-Unteralgebren und die CBH-Formel	97
8.1	Lie-Unteralgebren im Vektorraum aller Matrizen	97
8.2	Die Campbell–Baker–Hausdorff–Formel	99
9	Abstrakte Lie-Gruppen	107
9.1	Der Mannigfaltigkeitsbegriff	108
9.2	Abstrakte Lie-Gruppen	112

10 Die adjungierte Darstellung und die Lie-Klammer	117
10.1 Von der Konjugation zur adjungierten Darstellung	118
10.2 Die Lie-Klammer einer abstrakten Lie-Gruppe	121
11 Linksinvariante Vektorfelder	125
11.1 Die Lie-Algebra der linksinvarianten Vektorfelder	126
11.2 Die Lie-Ableitung von differenzierbaren Vektorfeldern	129
12 1-Parameter-Untergruppen und die Exponentialabbildung	139
12.1 1-Parameter-Untergruppen und Potenzen	139
12.2 Die Exponentialabbildung	141
13 Homomorphismen und Unterstrukturen	145
13.1 Homomorphismen und Untergruppen	146
13.2 Lie-Untergruppen und Lie-Unteralgebren	149
14 Quotienten von Lie-Gruppen	153
14.1 Normalteiler und Ideale	154
14.2 Der Homomorphiesatz für Lie-Gruppen	157
15 Abelsche und nilpotente Lie-Gruppen	163
15.1 Abelsche Lie-Gruppen	163
15.2 Nilpotente Lie-Gruppen	168
16 Überlagerungen von Lie-Gruppen	171
16.1 Überlagerungen	171
16.2 Die Fundamentalgruppe einer Lie-Gruppe	174
16.3 Die Ableitung der Überlagerungsabbildung	177
17 Halbeinfache und kompakte Lie-Gruppen	183
17.1 Einfache Lie-Gruppen und Lie-Algebren	184
17.2 Auflösbare Lie-Gruppen und Lie-Algebren	187
17.3 Die Killing-Form und halbeinfache Lie-Gruppen	189
17.4 Maximale Tori und die Weyl-Gruppe	196
18 Anhang	202
Lösungen ausgewählter Übungsaufgaben	206
Lehrbuch-Literatur	218
Verzeichnis mathematischer Symbole	220
Index	221