

# Inhaltsverzeichnis

|                                                        |          |
|--------------------------------------------------------|----------|
| <b>1 Allgemeine Grundlagen</b>                         | <b>1</b> |
| 1.1 Griechisches Alphabet                              | 1        |
| 1.2 Mathematische Zeichen - Zahlen                     | 1        |
| 1.3 DIN Papierformate                                  | 1        |
| 1.3.1 DIN Blattgrößen (DIN 476)                        | 1        |
| 1.3.2 DIN Faltungen auf Ablageformat (nach DIN 824 )   | 2        |
| 1.4 Maßeinheiten und Maßverhältnisse                   | 4        |
| 1.4.1 Definition der Maßeinheiten und ihre Ableitungen | 4        |
| 1.4.2 Maßverhältnisse                                  | 7        |
| <b>2 Mathematische Grundlagen</b>                      | <b>8</b> |
| 2.1 Mathematische Grundbegriffe                        | 8        |
| 2.1.1 Grundgesetze                                     | 8        |
| 2.1.2 Gesetze der Anordnung                            | 8        |
| 2.1.3 Absoluter Betrag - Signum                        | 8        |
| 2.1.4 Bruchrechnen                                     | 8        |
| 2.1.5 Lineare Gleichungssysteme                        | 9        |
| 2.1.6 Quadratische Gleichungen                         | 9        |
| 2.1.7 Potenzen - Wurzeln                               | 9        |
| 2.1.8 Logarithmen                                      | 10       |
| 2.1.9 Folgen - Reihen                                  | 10       |
| 2.1.10 Binomischer Satz                                | 11       |
| 2.1.11 n - Fakultät                                    | 11       |
| 2.1.12 Verschiedene Mittelwerte                        | 11       |
| 2.2 Differentialrechnung                               | 12       |
| 2.2.1 Ableitung                                        | 12       |
| 2.2.2 Potenzreihenentwicklung                          | 13       |
| 2.3 Matrizenrechnung                                   | 14       |
| 2.3.1 Definitionen                                     | 14       |
| 2.3.2 Rechnen mit Matrizen                             | 14       |

---

|                                                                             |           |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.4 Ebene Geometrie                                                         | 16        |
| 2.4.1 Arten von Winkel                                                      | 16        |
| 2.4.2 Kongruenzsätze                                                        | 16        |
| 2.4.3 Ähnlichkeitssätze                                                     | 16        |
| 2.4.4 Strahlensätze                                                         | 17        |
| 2.4.5 Teilung einer Strecke                                                 | 17        |
| 2.4.6 Dreieck                                                               | 18        |
| 2.4.7 Viereck                                                               | 20        |
| 2.4.8 Vielecke                                                              | 21        |
| 2.4.9 Kreis                                                                 | 22        |
| 2.4.10 Ellipse                                                              | 24        |
| 2.5 Trigonometrie                                                           | 25        |
| 2.5.1 Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck                            | 25        |
| 2.5.2 Winkelfunktionen im allgemeinen Dreieck                               | 27        |
| 2.5.3 Additionstheoreme                                                     | 29        |
| 2.5.4 Sphärische Trigonometrie                                              | 30        |
| <b>3 Geodätische Grundlagen</b>                                             | <b>31</b> |
| 3.1 Geodätische Bezugssysteme und Bezugsflächen                             | 31        |
| 3.1.1 Räumliches Bezugssystem                                               | 31        |
| 3.1.2 Lagebezugssystem                                                      | 31        |
| 3.1.3 Höhenbezugssystem                                                     | 31        |
| 3.1.4 Bezugsfläche                                                          | 32        |
| 3.2 Geodätische Koordinatensysteme                                          | 33        |
| 3.2.1 Sphärisches geographisches Koordinatensystem                          | 33        |
| 3.2.2 Ellipsoidisches geographisches Koordinatensystem                      | 33        |
| 3.2.3 Ellipsoidisches kartesisches Globalsystem                             | 33        |
| 3.2.4 Rechtwinklig-sphärisches Koordinatensystem                            | 34        |
| 3.2.5 Rechtwinklig-ebenes Koordinatensystem                                 | 34        |
| 3.2.6 Polarkoordinaten                                                      | 34        |
| 3.2.7 Gauß-Krüger-Meridianstreifensystem (GK-System)                        | 35        |
| 3.2.8 Universales Transversales Mercator- Koordinatensystem<br>(UTM-System) | 36        |
| 3.2.9 Horizontale Bezugsrichtungen                                          | 37        |

---

|                                                                      |           |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4 Vermessungstechnische Grundaufgaben</b>                         | <b>39</b> |
| 4.1 Einfache Koordinatenberechnungen                                 | 39        |
| 4.1.1 Richtungswinkel und Strecke                                    | 39        |
| 4.1.2 Polarpunktberechnung                                           | 41        |
| 4.1.3 Kleinpunktberechnung                                           | 42        |
| 4.1.4 Höhe und Höhenfußpunkt                                         | 44        |
| 4.1.5 Schnitt mit einer Gitterlinie                                  | 44        |
| 4.1.6 Geradenschnitt                                                 | 45        |
| 4.1.7 Schnitt Gerade - Kreis                                         | 46        |
| 4.2 Flächenberechnung                                                | 47        |
| 4.2.1 Flächenberechnung aus Maßzahlen                                | 47        |
| 4.2.2 Flächenberechnung aus Koordinaten                              | 48        |
| 4.2.3 Flächenreduktion im Gauß-Krüger-System                         | 48        |
| 4.2.4 Zulässige Abweichungen für Flächenberechnungen                 | 48        |
| 4.3 Flächenteilungen                                                 | 49        |
| 4.3.1 Dreieck                                                        | 49        |
| 4.3.2 Viereck                                                        | 50        |
| <b>5 Winkelmessung</b>                                               | <b>51</b> |
| 5.1 Instrumentenfehler am Theodolit                                  | 51        |
| 5.2 Horizontalwinkelmessung                                          | 54        |
| 5.2.1 Begriffsbestimmung                                             | 54        |
| 5.2.2 Satzweise Richtungsmessung                                     | 54        |
| 5.2.3 Winkelmessung mit Horizontschluss                              | 55        |
| 5.2.4 Satzvereinigung von zwei unvollständigen Teilsätzen            | 56        |
| 5.3 Vertikalwinkelmessung                                            | 57        |
| 5.4 Winkelmessung mit der Bussole                                    | 58        |
| <b>6 Strecken- und Distanzmessung</b>                                | <b>59</b> |
| 6.1 Streckenmessung mit Messbändern<br>- Korrekturen und Reduktionen | 59        |
| 6.2 Optische Streckenmessung                                         | 60        |
| 6.2.1 Basislattenmessung                                             | 60        |
| 6.2.2 Strichentfernungsmessung (Reichenbach)                         | 61        |

|                                                                |           |
|----------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>6.3 Elektronische Distanzmessung</b>                        | <b>62</b> |
| 6.3.1 Elektromagnetische Wellen                                | 62        |
| 6.3.2 Messprinzipien der elektronischen Distanzmessung         | 62        |
| 6.3.3 Einflüsse der Atmosphäre                                 | 63        |
| <b>6.4 Streckenkorrekturen und -reduktionen</b>                | <b>64</b> |
| 6.4.1 Frequenzkorrektur                                        | 64        |
| 6.4.2 Zyklische Korrektur                                      | 64        |
| 6.4.3 Nullpunktkorrektur                                       | 65        |
| 6.4.4 Meteorologische Korrektur (1. Geschwindigkeitskorrektur) | 68        |
| 6.4.5 Geometrische Reduktionen                                 | 68        |
| 6.4.6 Abbildungsreduktion                                      | 70        |
| <b>6.5 Vertikale Exzentrizität</b>                             | <b>71</b> |
| <b>6.6 Zulässige Abweichungen für Strecken</b>                 | <b>72</b> |
| <b>7 Verfahren zur Punktbestimmung</b>                         | <b>73</b> |
| <b>7.1 Indirekte Messungen</b>                                 | <b>73</b> |
| 7.1.1 Abriss                                                   | 73        |
| 7.1.2 Exzentrische Richtungsmessung                            | 74        |
| 7.1.3 Exzentrische Streckenmessung                             | 77        |
| 7.1.4 Gebrochener Strahl                                       | 78        |
| <b>7.2 Einzelpunktbestimmung</b>                               | <b>79</b> |
| 7.2.1 Polare Punktbestimmung                                   | 79        |
| 7.2.2 Dreidimensionale polare Punktbestimmung                  | 80        |
| 7.2.3 Polare Punktbestimmung mit Kanalstab                     | 81        |
| 7.2.4 Gebäudeaufnahme mit reflektorloser Entfernungsmessung    | 82        |
| 7.2.5 Bogenschnitt                                             | 84        |
| 7.2.6 Vorwärtseinschnitt                                       | 85        |
| 7.2.7 Rückwärtseinschnitt nach Cassini                         | 87        |
| <b>7.3 Freie Standpunktwahl</b>                                | <b>88</b> |
| mittels Helmert-Transformation                                 | 88        |
| <b>7.4 Polygonierung</b>                                       | <b>90</b> |
| 7.4.1 Anlage und Form von Polygonzügen                         | 90        |
| 7.4.2 Polygonzugberechnung - Normalfall                        | 91        |
| 7.4.3 Freier Polygonzug                                        | 92        |
| 7.4.4 Ringpolygon                                              | 93        |

|                                                                                                                        |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
|                                                                                                                        | <b>XI</b>  |
| 7.4.5 Zulässige Abweichungen für Polygonzüge                                                                           | 94         |
| 7.4.6 Fehlertheorie                                                                                                    | 95         |
| 7.5 Punktbestimmung mittels Netzausgleichung<br>- Statistische Überprüfung                                             | 96         |
| 7.6 Zulässige Abweichungen für Lagepunkte                                                                              | 97         |
| <b>8 Transformationen</b>                                                                                              | <b>98</b>  |
| 8.1 Ebene Transformationen                                                                                             | 98         |
| 8.1.1 Drehung um den Koordinatenursprung (1 Parameter)                                                                 | 98         |
| 8.1.2 Ähnlichkeitstransformation mit zwei identischen Punkten<br>(4 Parameter)                                         | 99         |
| 8.1.3 Ähnlichkeitstransformation mit mehr als 2 identischen Punkten<br>Helmert-Transformation (4 Parameter)            | 101        |
| 8.1.4 Affin-Transformation (6 Parameter)                                                                               | 103        |
| 8.1.5 Projektivtransformation (8 Parameter)                                                                            | 105        |
| 8.1.6 Ausgleichende Gerade                                                                                             | 107        |
| 8.2 Räumliche Transformationen                                                                                         | 109        |
| 8.2.1 Räumliche Ähnlichkeitstransformation (7 Parameter)                                                               | 109        |
| 8.2.2 Umrechnung ellipsoidischer geographischer Koordinaten<br>in ellipsoidische kartesische Koordinaten und umgekehrt | 112        |
| 8.2.3 Umrechnung geographischer Koordinaten<br>in Gauß-Krüger-Koordinaten und umgekehrt                                | 114        |
| 8.2.4 Umrechnung geographischer Koordinaten<br>in UTM-Koordinaten und umgekehrt nach SCHÖDLBAUER                       | 116        |
| 8.2.5 Überführung der WGS 84 - Koordinaten<br>in Gauß-Krüger- bzw. UTM-Koordinaten                                     | 118        |
| <b>9 Höhenmessung</b>                                                                                                  | <b>121</b> |
| 9.1 Niveauflächen und Bezugsflächen                                                                                    | 121        |
| 9.2 Höhen                                                                                                              | 123        |
| 9.3 Geometrisches Nivellement                                                                                          | 125        |
| 9.3.1 Definitionen                                                                                                     | 125        |
| 9.3.2 Allgemeine Beobachtungshinweise                                                                                  | 125        |
| 9.3.3 Grundformel eines Nivellements                                                                                   | 126        |
| 9.3.4 Feinnivellement                                                                                                  | 126        |
| 9.3.5 Ausgleichung einer Nivellementstrecke, -linie oder -schleife                                                     | 127        |
| 9.3.6 Höhenknotenpunkt                                                                                                 | 128        |

---

|                                                            |            |
|------------------------------------------------------------|------------|
| 9.3.7 Ziellinienüberprüfung                                | 129        |
| 9.3.8 Genauigkeit des Nivellements                         | 131        |
| 9.3.9 Zulässige Abweichungen für geometrisches Nivellement | 132        |
| 9.4 Trigonometrische Höhenbestimmung                       | 133        |
| 9.4.1 Höhenbestimmung über kurze Distanzen (< 250m)        | 133        |
| 9.4.2 Höhenbestimmung über große Distanzen                 | 134        |
| 9.4.3 Trigonometrisches Nivellement                        | 137        |
| 9.4.4 Turmhöhenbestimmung                                  | 138        |
| <b>10 Ingenieurvermessung</b>                              | <b>140</b> |
| 10.1 Absteckung von Geraden                                | 140        |
| - Zwischenpunkt in einer Geraden                           |            |
| 10.2 Kreisbogenabsteckung                                  | 141        |
| 10.2.1 Allgemeine Formeln                                  | 141        |
| 10.2.2 Bestimmung des Tangentenschnittwinkels $\gamma$     | 142        |
| 10.2.3 Kreisbogen durch einen Zwangspunkt P                | 143        |
| 10.2.4 Absteckung von Kreisbogenkleinpunkten               | 144        |
| 10.2.5 Näherungsverfahren                                  | 146        |
| 10.2.6 Kontrollen der Kreisbogenabsteckung                 | 147        |
| 10.2.7 Korbbogen                                           | 148        |
| 10.3 Klotoide                                              | 149        |
| 10.3.1 Definition                                          | 149        |
| 10.3.2 Verbundkurve Klotoide - Kreisbogen - Klotoide       | 151        |
| 10.4 Gradienten                                            | 152        |
| 10.4.1 Längsneigung                                        | 152        |
| 10.4.2 Schnittpunktberechnung zweier Gradienten            | 152        |
| 10.4.3 Kuppen- und Wannenausrundung                        | 153        |
| 10.5 Erdmengenberechnung                                   | 154        |
| 10.5.1 Mengenberechnung aus Querprofilen                   | 154        |
| 10.5.2 Mengenberechnung aus Höhenlinien                    | 155        |
| 10.5.3 Mengenberechnung aus Prismen                        | 156        |
| 10.5.4 Mengenberechnung einer Rampe                        | 157        |
| 10.5.5 Mengenberechnung sonstiger Figuren                  | 157        |

---

|                                                                                                                   |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>11 Ausgleichungsrechnung</b>                                                                                   | <b>159</b> |
| 11.1 Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen - Allgemein                                                    | 159        |
| 11.1.1 Aufstellen von Verbesserungsgleichungen                                                                    | 159        |
| 11.1.2 Berechnung der Normalgleichungen, der Unbekannten und der Kofaktorenmatrizen                               | 160        |
| 11.1.3 Genauigkeit                                                                                                | 160        |
| 11.1.4 Statistische Überprüfung                                                                                   | 161        |
| 11.2 Punktbestimmung mit Richtungen und Strecken nach vermittelnden Beobachtungen                                 | 162        |
| 11.3 Höhennetzausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen                                                       | 165        |
| <b>12 Grundlagen der Statistik</b>                                                                                | <b>166</b> |
| 12.1 Grundbegriffe der Statistik                                                                                  | 166        |
| 12.2 Wahrscheinlichkeitsfunktionen                                                                                | 168        |
| 12.3 Vertrauensbereiche Konfidenzbereiche                                                                         | 169        |
| 12.4 Testverfahren                                                                                                | 170        |
| 12.5 Messunsicherheit u                                                                                           | 171        |
| 12.6 Toleranzen                                                                                                   | 172        |
| 12.7 Varianz                                                                                                      | 173        |
| 12.7.1 Varianz aus Funktionen unabhängiger Beobachtungen                                                          | 173        |
| 12.7.2 Varianz aus Funktionen gegenseitig abhängiger (korrelierter) Beobachtungen - Kovarianzfortpflanzungsgesetz | 174        |
| 12.8 Standardabweichung                                                                                           | 175        |
| 12.8.1 Standardabweichung aus direkten Beobachtungen                                                              | 175        |
| 12.8.2 Standardabweichung aus Beobachtungsdifferenzen (Doppelmessung)                                             | 176        |
| 12.9 Gewichte - Gewichtsreziproke                                                                                 | 177        |
| 12.10 Tabelle von Wahrscheinlichkeitsverteilungen                                                                 | 178        |
| <b>Abkürzungen</b>                                                                                                | <b>181</b> |
| <b>Literaturhinweise, Internetportale</b>                                                                         | <b>182</b> |
| <b>Stichwortverzeichnis</b>                                                                                       | <b>183</b> |