

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 2. Auflage	ix
Einführung	1
1 Erste mathematische Erkundungen	11
1.1 Zersägen eines Baumstamms	11
1.2 Ein Problem mit Nullen	13
1.3 Ein Problem über Geraden in der Ebene	16
1.4 Werkzeugkasten	23
Aufgaben	24
2 Die Idee der Rekursion	29
2.1 Die Technik der Rekursion	29
2.2 Die Anzahl der Teilmengen	32
2.3 Pflasterungen mit Dominosteinen	38
2.4 Auflösen der FIBONACCI-Rekursion	42
2.5 Triangulierungen	49
2.6 Werkzeugkasten	56
Aufgaben	57
3 Vollständige Induktion	61
3.1 Das Induktionsprinzip	61
3.2 Färbungen	64
3.3 Werkzeugkasten	69
Aufgaben	69
4 Graphen	73
4.1 Die EULERSche Formel für ebene Graphen	73
4.2 Doppeltes Abzählen bei Graphen	81
4.3 Händeschütteln und Graphen	85

4.4	Fünf Punkte mit allen Verbindungen in der Ebene	85
4.5	Weiterführende Bemerkungen: EULERSche Polyederformel, Topologie und Vierfarbenproblem	90
4.6	Werkzeugkasten	94
	Aufgaben	94
5	Abzählen	97
5.1	Grundprinzipien des Abzählens	97
5.2	Abzählen durch Bijektion	107
5.3	Doppeltes Abzählen	114
5.4	Weiterführende Bemerkungen: Doppelsummen, Integrale und Unendlichkeiten	119
5.5	Werkzeugkasten	124
	Aufgaben	124
6	Allgemeine Strategien	131
6.1	Allgemeine Problemlösestrategien	131
6.2	Die Diagonale im Quader	135
6.3	Das Trapezzahlen-Problem	138
6.4	Weiterführende Bemerkungen: Summen-Darstellungen ganzer Zahlen	146
	Aufgaben	148
7	Logik und Beweise	151
7.1	Logik	151
7.2	Beweise	161
	Aufgaben	172
8	Elementare Zahlentheorie	175
8.1	Teilbarkeit, Primzahlen und Reste	175
8.2	Kongruenzen	180
	Aufgaben	185
9	Das Schubfachprinzip	189
9.1	Das Schubfachprinzip, Beispiele	189
9.2	Reste als Schubfächer	193
9.3	Eine Erkundungstour: Approximation durch Brüche .	195
9.4	Ordnung im Chaos: Das Schubfachprinzip in der Graphentheorie	206

9.5 Werkzeugkasten	208
Aufgaben	209
10 Das Extremalprinzip	213
10.1 Das allgemeine Extremalprinzip	214
10.2 Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, I	220
Schema für das Extremalprinzip	222
10.3 Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, II	230
10.4 Weiterführende Bemerkungen: Optimierung, Spiegel und Billard	235
10.5 Werkzeugkasten	242
Aufgaben	243
11 Das Invarianzprinzip	247
11.1 Das Invarianzprinzip, Beispiele	247
11.2 Schema für das Invarianzprinzip	252
11.3 Weitere Beispiele	254
11.4 Weiterführende Bemerkungen: Knoten, Erhaltungsgrößen und der Sinn von Unmöglichkeitsbeweisen	265
11.5 Werkzeugkasten	270
Aufgaben	270
A Ein Überblick über Problemlösestrategien	277
B Grundbegriffe zu Mengen und Abbildungen	283
Symbolverzeichnis	291
Glossar	293
Listen der Probleme, Sätze und Verfahren	301
Hinweise zu ausgewählten Aufgaben	303
Literaturverzeichnis	317