

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort zur 2. Auflage</b>	<b>ix</b>
<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>1 Erste mathematische Erkundungen</b>	<b>11</b>
1.1 Zersägen eines Baumstamms . . . . .	11
1.2 Ein Problem mit Nullen . . . . .	13
1.3 Ein Problem über Geraden in der Ebene . . . . .	16
1.4 Werkzeugkasten . . . . .	23
Aufgaben . . . . .	24
<b>2 Die Idee der Rekursion</b>	<b>29</b>
2.1 Die Technik der Rekursion . . . . .	29
2.2 Die Anzahl der Teilmengen . . . . .	32
2.3 Pflasterungen mit Dominosteinen . . . . .	38
2.4 Auflösen der FIBONACCI-Rekursion . . . . .	42
2.5 Triangulierungen . . . . .	49
2.6 Werkzeugkasten . . . . .	56
Aufgaben . . . . .	57
<b>3 Vollständige Induktion</b>	<b>61</b>
3.1 Das Induktionsprinzip . . . . .	61
3.2 Färbungen . . . . .	64
3.3 Werkzeugkasten . . . . .	69
Aufgaben . . . . .	69
<b>4 Graphen</b>	<b>73</b>
4.1 Die EULERSche Formel für ebene Graphen . . . . .	73
4.2 Doppeltes Abzählen bei Graphen . . . . .	81
4.3 Händeschütteln und Graphen . . . . .	85

4.4	Fünf Punkte mit allen Verbindungen in der Ebene . . .	85
4.5	Weiterführende Bemerkungen: EULERSche Polyederformel, Topologie und Vierfarbenproblem . . . . .	90
4.6	Werkzeugkasten . . . . .	94
	Aufgaben . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Abzählen</b>	<b>97</b>
5.1	Grundprinzipien des Abzählens . . . . .	97
5.2	Abzählen durch Bijektion . . . . .	107
5.3	Doppeltes Abzählen . . . . .	114
5.4	Weiterführende Bemerkungen: Doppelsummen, Integrale und Unendlichkeiten . . . . .	119
5.5	Werkzeugkasten . . . . .	124
	Aufgaben . . . . .	124
<b>6</b>	<b>Allgemeine Strategien</b>	<b>131</b>
6.1	Allgemeine Problemlösestrategien . . . . .	131
6.2	Die Diagonale im Quader . . . . .	135
6.3	Das Trapezzahlen-Problem . . . . .	138
6.4	Weiterführende Bemerkungen: Summen-Darstellungen ganzer Zahlen . . . . .	146
	Aufgaben . . . . .	148
<b>7</b>	<b>Logik und Beweise</b>	<b>151</b>
7.1	Logik . . . . .	151
7.2	Beweise . . . . .	161
	Aufgaben . . . . .	172
<b>8</b>	<b>Elementare Zahlentheorie</b>	<b>175</b>
8.1	Teilbarkeit, Primzahlen und Reste . . . . .	175
8.2	Kongruenzen . . . . .	180
	Aufgaben . . . . .	185
<b>9</b>	<b>Das Schubfachprinzip</b>	<b>189</b>
9.1	Das Schubfachprinzip, Beispiele . . . . .	189
9.2	Reste als Schubfächer . . . . .	193
9.3	Eine Erkundungstour: Approximation durch Brüche .	195
9.4	Ordnung im Chaos: Das Schubfachprinzip in der Graphentheorie . . . . .	206

9.5	Werkzeugkasten . . . . .	208
	Aufgaben . . . . .	209
<b>10</b>	<b>Das Extremalprinzip</b>	<b>213</b>
10.1	Das allgemeine Extremalprinzip . . . . .	214
10.2	Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, I . . . .	220
	Schema für das Extremalprinzip . . . . .	222
10.3	Das Extremalprinzip als Problemlösestrategie, II . . . .	230
10.4	Weiterführende Bemerkungen: Optimierung, Spiegel und Billard . . . . .	235
10.5	Werkzeugkasten . . . . .	242
	Aufgaben . . . . .	243
<b>11</b>	<b>Das Invarianzprinzip</b>	<b>247</b>
11.1	Das Invarianzprinzip, Beispiele . . . . .	247
11.2	Schema für das Invarianzprinzip . . . . .	252
11.3	Weitere Beispiele . . . . .	254
11.4	Weiterführende Bemerkungen: Knoten, Erhaltungsgrößen und der Sinn von Unmöglichkeitsbeweisen . . . . .	265
11.5	Werkzeugkasten . . . . .	270
	Aufgaben . . . . .	270
<b>A</b>	<b>Ein Überblick über Problemlösestrategien</b>	<b>277</b>
<b>B</b>	<b>Grundbegriffe zu Mengen und Abbildungen</b>	<b>283</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>291</b>
	<b>Glossar</b>	<b>293</b>
	<b>Listen der Probleme, Sätze und Verfahren</b>	<b>301</b>
	<b>Hinweise zu ausgewählten Aufgaben</b>	<b>303</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>317</b>