

Inhaltsverzeichnis

1	Logik, Mengen, Abbildungen – die Sprache der Mathematik (zu Kap. 2) . . .	1
1.1	Ergänzungen zu Logik und Beweisen	2
1.2	Logische Paradoxa	6
1.3	Relationen und Klassen	10
1.4	Die Mächtigkeit von Mengen	11
	Antworten der Selbstfragen	15
2	Rechentechniken – die Werkzeuge der Mathematik (zu Kap. 3)	17
2.1	Rechentechniken und Induktion	18
	Antworten der Selbstfragen	23
3	Unendliche Produkte (zu Kap. 8)	25
3.1	Unendliche Produkte	26
	Antworten der Selbstfragen	32
4	Integrale – vom Sammeln und Bilanzieren (zu Kap. 11)	33
4.1	Beweise zur Lebesgue-Theorie	34
5	Vektorräume – Schauplätze der linearen Algebra (zu Kap. 15)	45
5.1	Gruppen, Ringe und Körper	46
5.2	Vektorräume und Untervektorräume	49
	Antworten der Selbstfragen	57
6	Matrizen und Determinanten – Zahlen in Reihen und Spalten (zu Kap. 16)	59
6.1	Elementarmatrizen	60
6.2	Zur Fehlerabschätzung bei der numerischen LR -Zerlegung	63
6.3	Symmetrische und schiefsymmetrische Matrizen	63
6.4	Die Vandermonde-Matrix	66
	Antworten der Selbstfragen	67
7	Lineare Abbildungen und Matrizen – abstrakte Sachverhalte in Zahlen ausgedrückt (zu Kap. 17)	69
7.1	Decodierung des Bauer-Codes	70
8	Eigenwerte und Eigenvektoren – oder wie man Matrizen diagonalisiert (zu Kap. 18)	73
8.1	Der Satz von Gerschgorin	74

VII

8.2	Eigenwerte und Eigenvektoren von Endomorphismen	75
	Antworten der Selbstfragen	78
9	Euklidische und unitäre Vektorräume – Geometrie in höheren Dimensionen (zu Kap. 20)	79
9.1	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	80
9.2	Selbstadjungierte Endomorphismen	89
9.3	Implementierungsaspekte numerischer Methoden der linearen Algebra	93
	Antworten der Selbstfragen	102
10	Lineare Optimierung – ideale Ausnutzung von Kapazitäten (zu Kap. 23) . . .	103
10.1	Die Zweiphasenmethode	104
10.2	Mehrdeutigkeit und Nichtexistenz optimaler Lösungen	109
10.3	Dualität	113
	Aufgaben	116
	Hinweise	117
	Lösungen	118
	Ausführliche Lösungswege	118
	Antworten der Selbstfragen	124
11	Funktionen mehrerer Variablen – Differenzieren im Raum (zu Kap. 24)	125
11.1	Beweise zur Bedeutung der partiellen Ableitungen	126
11.2	Herleitung des Satzes von Taylor	127
11.3	Variablentransformationen und festgehaltene Variablen	128
12	Kurven und Flächen – von Krümmung, Torsion und Längenmessung (zu Kap. 26)	133
12.1	Jordan-Kurven	134
12.2	Weitere Bemerkungen zu Kurven	136
12.3	Freiformkurven	137
12.4	Freiformflächen	145
13	Vektoranalysis – von Quellen und Wirbeln (zu Kap. 27)	147
13.1	Beweise zur Vektoranalysis	148
13.2	Tensoranalysis	148
13.3	Differenzialformen und die Formel von Stokes	149
14	Funktionalanalysis – Operatoren wirken auf Funktionen (zu Kap. 31)	157
14.1	Sobolev-Räume	158
14.2	Das allgemeine Approximationsproblem in einem Hilbertraum	159
14.3	Kompakte Operatoren und die Fredholm'sche Alternative	160
14.4	Spektraltheorie kompakter Operatoren	164
14.5	Inverse Probleme	167

15	Funktionentheorie – von komplexen Zusammenhängen (zu Kap. 32)	171
15.1	Bemerkungen zur komplexen Differenzierbarkeit	172
15.2	Mehr zu konformen Abbildungen	174
15.3	Mehr zum Residuensatz	176
15.4	Analytische Fortsetzung	180
16	Spezielle Funktionen – nützliche Helfer (zu Kap. 34)	183
16.1	Mehr zur Gammafunktion; die Betafunktion	184
16.2	Erzeugende Funktionen	188
16.3	Hypergeometrische Funktionen	191
16.4	Elliptische Funktionen	191
16.5	Asymptotische Entwicklungen	194
17	Optimierung und Variationsrechnung – Suche nach dem Besten (zu Kap. 35)	199
17.1	Das Hamilton'sche Prinzip	200
18	Deskriptive Statistik – wie man Daten beschreibt (zu Kap. 36)	205
18.1	Gemittelte gleitende Histogramme	206
18.2	Kerndichteschätzer	208
19	Wahrscheinlichkeit – Die Gesetze des Zufalls (zu Kap. 37)	213
19.1	Über den richtigen Umgang mit Wahrscheinlichkeiten	214
20	Zufällige Variable – der Zufall betritt den \mathbb{R}^1 (zu Kap. 38)	221
20.1	Eine mehrdimensionale Tschebyschev-Ungleichung	222
20.2	Randverteilungen ignorieren paarweise Abhängigkeiten	222
20.3	Die Grundannahmen der subjektiven Wahrscheinlichkeitstheorie	223
20.4	Das Bayesianische Lernen und Schließen	229
20.5	Die Achillesferse der Bayesianischen Statistik	233
21	Spezielle Verteilungen – Modelle des Zufalls (zu Kap. 39)	237
21.1	Erzeugung von Zufallszahlen	238
21.2	Die Gammaverteilungsfamilie	241
21.3	Die χ^2 -Verteilung und ihre Abkömmlinge	244
21.4	Die Betaverteilung und ihre Verwandtschaft	247
21.5	Aus der Verwandtschaft der Normalverteilung	249
21.6	Kennzeichnung von Verteilungen durch ihre Hazardraten	254
21.7	Extremwertverteilungen	256
22	Schätz- und Testtheorie – Bewerten und Entscheiden (zu Kap. 40)	261
22.1	Geschichtete Stichproben	262
22.2	Explizite Konstruktion von Konfidenzbereichen durch Prognosebereiche	266
22.3	Die Bayesianische Entscheidungs- und Schätztheorie	269

22.4	Mathematische Testtheorie	272
22.5	Der χ^2 -Anpassungstest	279
22.6	Randomisierungs- und Rangtests	287
23	Lineare Regression – die Suche nach Abhängigkeiten (zu Kap. 41)	295
23.1	Parameterschätzung im Regressionsmodell	296
23.2	Schätzen unter Nebenbedingungen zur Identifikation der Parameter	297
23.3	Der Satz von Gauß-Markov	301
23.4	Die nichtzentrale χ^2 - und F -Verteilung.	303
23.5	Die Schätzung von σ^2	306
23.6	Testen im linearen Modell	307
23.7	Exkurs: Die Varianzanalyse behandelt Regressionsmodelle mit qualitativen Regressoren	312
23.8	Exkurs: Eigenschaften der Projektion	315
24	Elementare Zahlentheorie – Jonglieren mit Zahlen	317
24.1	Der angeordnete Ring der ganzen Zahlen	318
24.2	Teilbarkeit	319
24.3	Der Fundamentalsatz der Arithmetik	321
24.4	Kongruenzen	330
24.5	Der chinesische Restsatz	334
	Antworten der Selbstfragen	335