

Table des matières

Préface	VII
1 Introduction	1
1.1 Sur les « Grands Systèmes »	1
1.1.1 Tentative de caractérisation	1
1.1.2 Quelques exemples typiques de grands systèmes	3
1.1.3 Problématiques en optimisation de grands systèmes ..	3
1.2 Avantages de la décomposition-coordination en optimisation ..	6
1.2.1 Intérêt de l'optimisation des grands systèmes	6
1.2.2 Bénéfices de la décomposition	6
1.3 Un exemple en forme de contre-exemple	8
1.3.1 Formulation du problème	8
1.3.2 Une tentative de résolution par décomposition- coordination	8
1.3.3 Trouver l'erreur	9
1.4 Aperçu de l'ouvrage et prérequis	10
1.4.1 Partie « optimisation déterministe ».....	10
1.4.2 Partie « optimisation stochastique ».....	11
1.4.3 Prérequis du texte.....	12

Partie I Optimisation déterministe

2 Présentation élémentaire des méthodes de décomposition- coordination	15
2.1 Premier modèle.....	15
2.1.1 Introduction du premier modèle	16
2.1.2 Décomposition « par les prix »	17
2.1.3 Décomposition « par les quantités »	23
2.1.4 Décomposition « par prédiction »	31

X Table des matières

2.1.5	Une classification politico-économique des méthodes de décomposition-coordination	41
2.2	Second modèle	41
2.2.1	Introduction du second modèle.....	42
2.2.2	Décomposition « par les prix »	44
2.2.3	Décomposition « par les quantités »	45
2.2.4	Décomposition « par prédition »	46
2.3	Annexe : à propos des séries divergentes	47
2.4	Annexe : exercices sur la dualité	49
3	Le PPA en optimisation déterministe sur un ensemble admissible	55
3.1	Cadre général	56
3.1.1	Le problème	57
3.1.2	Dérivée, gradient, sous-gradient	57
3.1.3	Inéquations variationnelles et conditions d'optimalité ..	58
3.2	Idée et algorithme de base	59
3.3	Utilisations	61
3.3.1	Algorithme proximal.....	61
3.3.2	Algorithme du gradient et du gradient projeté	61
3.3.3	Algorithme de Newton	62
3.3.4	Décomposition	63
3.4	Étude de la convergence	64
3.4.1	Schéma général	64
3.4.2	Convergence de l'Algorithme 3.3	65
3.4.3	Un cas de convergence de toute la suite	71
3.4.4	Vitesse de convergence dans le cas \mathcal{J} fortement convexe	72
3.4.5	Quelques mots du cas sous-différentiable	74
3.5	Variantes	75
3.5.1	Augmentation de la fonction auxiliaire	75
3.5.2	Relaxation	76
3.5.3	Version séquentielle.....	76
3.5.4	Linéarisation partielle.....	77
3.6	Une application	78
3.6.1	Exposé du problème	78
3.6.2	Approche « ad hoc »	78
3.6.3	Approche par le PPA	79
3.7	Annexe : monotonie, forte monotonie et forte convexité	81
3.8	Annexe : propriété de Lipschitz	83
3.9	Annexe : propriété de Dunn	85
4	Le PPA en optimisation déterministe sous contraintes explicites	89
4.1	Le PPA et les problèmes de point selle	90
4.2	Le PPA et la décomposition par les prix	91

4.2.1	Obtention de l'algorithme général	91
4.2.2	Utilisations	92
4.2.3	Convergence	94
4.3	Le PPA et la décomposition par prédiction	102
4.3.1	Obtention de l'algorithme de point fixe	103
4.3.2	Utilisations	104
4.3.3	Convergence	106
4.3.4	Discussion de la condition géométrique	108
4.3.5	Obtention de l'algorithme d'Arrow-Hurwicz	110
4.4	Annexe : problèmes sous contraintes et dualité	114
4.4.1	Formulation et relation d'ordre dans un espace de Hilbert	115
4.4.2	Convexité et croissance en relation avec un cône positif	116
4.4.3	Cône positif dual	116
4.4.4	Lagrangien et dualité	117
4.5	Annexe : détail des calculs concernant la preuve du Théorème 4.15	119
5	Régularisation et Lagrangien augmenté	123
5.1	Une introduction géométrique au Lagrangien augmenté	125
5.1.1	Le cas des contraintes égalité	125
5.1.2	Le cas des contraintes inégalité	130
5.2	Point de vue sur la régularisation de Moreau-Yosida	131
5.2.1	Bref rappel sur la transformée de Legendre-Fenchel	131
5.2.2	Bref rappel sur l'inf-convolution	132
5.2.3	Transmission de propriétés par l'inf-convolution	134
5.2.4	Zéro d'un opérateur et inf-convolution	136
5.2.5	Régularisation de Moreau-Yosida	137
5.3	Lagrangien augmenté et régularisation de la fonction duale	141
5.3.1	Une nouvelle définition du Lagrangien augmenté	141
5.3.2	Propriétés du Lagrangien augmenté	144
5.4	Lagrangien augmenté et algorithme de décomposition par les prix	146
5.4.1	Obtention de l'algorithme	146
5.4.2	Convergence	148

Partie II Optimisation stochastique

6	Introduction et motivations	153
6.1	Problématique dans le cas déterministe	153
6.2	Extensions au cas stochastique	154
6.2.1	Cas statique	154
6.2.2	Cas dynamique	157
6.3	Un exemple statique et dynamique	163

7	Vue d'ensemble de la méthode du gradient stochastique	167
7.1	Position du problème	168
7.2	Algorithme du gradient stochastique	169
7.2.1	Description de l'algorithme	169
7.2.2	Exemple	171
7.2.3	Cadre probabiliste	172
7.3	Premiers résultats	173
7.3.1	Convergence	174
7.3.2	Vitesse de convergence	176
7.3.3	Interprétation	176
7.3.4	Discussion	177
7.3.5	Lemme technique	178
7.4	Lien avec l'approximation stochastique	178
7.4.1	Théorème de Robbins-Monro	179
7.4.2	Normalité asymptotique	180
7.5	Efficacité asymptotique et moyennisation	183
7.5.1	Algorithme de Newton stochastique	183
7.5.2	Moyennisation	185
7.6	Considérations pratiques	186
7.6.1	Critère d'arrêt	187
7.6.2	Réglage de l'algorithme standard	187
7.6.3	Réglage de l'algorithme moyenné	188
7.6.4	Illustration numérique	189
7.7	Conclusion	193
8	Le PPA stochastique sur un ensemble admissible	195
8.1	Algorithme du PPA stochastique	196
8.2	Théorème de convergence	197
8.3	Conclusion	203
8.4	Annexe : théorème de Robbins-Siegmund et lemme technique .	204
8.5	Annexe : intégrande normale et sélection mesurable	207
9	Le PPA stochastique sous contraintes explicites	209
9.1	Rappels du cas déterministe	209
9.1.1	Algorithmes d'Uzawa et d'Arrow-Hurwicz	210
9.1.2	Principe du Problème Auxiliaire	210
9.2	Extension stochastique de l'algorithme d'Uzawa ?	211
9.2.1	Tentative d'algorithme d'Uzawa stochastique	211
9.2.2	Contre-exemple	212
9.2.3	Conclusion	213
9.3	Extension stochastique de l'algorithme issu du PPA	214
9.4	Théorème de convergence sous condition de stabilité du Lagrangien en u	216
9.5	Cas fortement convexe : utilisation de grands pas	221
9.6	Cas simplement convexe et Lagrangien augmenté	226

9.7 Conclusion	233
10 Extensions de la méthode du gradient stochastique	235
10.1 Contrainte en espérance et Lagrangien.....	235
10.2 Perspectives.....	245

Partie III Problèmes et corrigés

Problèmes	251
11.1 Réseau de distribution d'eau	251
11.1.1 Première question : formulation variationnelle.....	253
11.1.2 Deuxième question : courbe caractéristique débit-pression.....	253
11.1.3 Troisième question : décomposition en trois sous-systèmes	254
11.1.4 Quatrième question : décomposition par les prix	254
11.1.5 Cinquième question : décomposition par les quantités ..	255
11.1.6 Sixième question : décomposition par prédition	255
11.2 Investissement et production	255
11.2.1 Première question : décomposition par les prix	256
11.2.2 Deuxième question : décomposition par les quantités ..	256
11.2.3 Troisième question : décomposition par prédition	257
11.3 Décomposition de trajectoire	257
11.3.1 Questions préliminaires	257
11.3.2 Décomposition par les prix en deux phases	258
11.3.3 Décomposition par les quantités en deux phases	259
11.3.4 Décomposition par prédition en deux phases	259
11.3.5 Décomposition en trois phases	260
11.4 Gestion des stocks sur un réseau	260
11.4.1 Décomposition par les prix	262
11.4.2 Décomposition par prédition	263
11.5 Optimisation avec recours.....	264
11.6 Compromis entre investissement et fonctionnement	265
Corrigés des exercices et problèmes	269
12.1 Exercices du Chapitre 1	269
12.2 Exercices du Chapitre 2	270
12.3 Exercices du Chapitre 3	283
12.4 Exercices du Chapitre 4	283
12.5 Exercices du Chapitre 5	288
12.6 Exercices du Chapitre 8	293
12.7 Problème de la section 11.1	293
12.7.1 Première question : formulation variationnelle.....	293

12.7.2	Deuxième question : courbe caractéristique débit-pression	294
12.7.3	Troisième question : décomposition en trois sous-systèmes	295
12.7.4	Quatrième question : décomposition par les prix	295
12.7.5	Cinquième question : décomposition par les quantités	296
12.7.6	Sixième question : décomposition par prédition	297
12.8	Problème de la section 11.2	298
12.8.1	Première question : décomposition par les prix	298
12.8.2	Deuxième question : décomposition par les quantités	299
12.8.3	Troisième question : décomposition par prédition	301
12.9	Problème de la section 11.3	302
12.9.1	Questions préliminaires	302
12.9.2	Décomposition par les prix en deux phases	303
12.9.3	Décomposition par les quantités en deux phases	303
12.9.4	Décomposition par prédition en deux phases	304
12.9.5	Décomposition en trois phases	304
12.10	Problème de la section 11.4	305
12.10.1	Décomposition par les prix	305
12.10.2	Décomposition par prédition	307
12.11	Problème de la section 11.5	310
12.12	Problème de la section 11.6	312
Postface	319
Littérature	325
Index	331