

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Approximationstheorie</b>	<b>5</b>
2.1	Grundsätzliches zu Approximationen	5
2.2	Aufgaben	9
2.2.1	Aufgaben zu Projektionen	9
2.2.2	Aufgaben zu Projektionen bei der Bild- und Signalverarbeitung	14
2.2.3	Aufgaben zu verallgemeinerten Fourier-Entwicklungen	17
2.2.4	Gram'sche Matrix und Approximationsaufgaben	19
2.2.5	Aufgaben zur Optimalen Steuerung	25
<b>3</b>	<b>Nichtlineare Optimierung</b>	<b>29</b>
3.1	Grundsätzliches zur Nichtlinearen Optimierung	29
3.1.1	Abbildungen und Funktionale	30
3.1.2	Algebraische und topologische Eigenschaften von Funktionalen	31
3.1.3	Satz von Hahn-Banach	33
3.1.4	Fenchel-Konjugierte, Subdifferentiale und Lagrange-Technik der Konvexen Analysis	34
3.1.5	Limiting, Mordukhovich-Subdifferential	39
3.1.6	Unterhalbstetigkeit und Infimumannahme	41
3.1.7	Aufgaben zur Optimierungstheorie	42
3.2	Skalarisierungsfunktionale	56
3.2.1	Nichtlineare Skalarisierungsfunktionale	56
3.2.2	Aufgaben zu Skalarisierungsfunktionalen	56
3.3	Charakterisierungssatz der konvexen Optimierung	61
3.4	Dualitätsaussagen und ökonomische Interpretationen	62
3.4.1	Dualität	62
3.4.2	Aufgaben zur Anwendung der Dualität in der linearen Optimierung	64
3.5	Variationsprinzip von Ekeland und Maximalpunkttheoreme	67
3.5.1	Das Variationsprinzip von Ekeland	68
3.5.2	Aufgaben zur Anwendung des Variationsprinzips	69

3.6	Equilibriumprobleme, Variationsungleichungen und Verallgemeinerungen	78
3.6.1	Vom Gleichgewichtsproblem zur Variationsungleichung . . . . .	78
3.6.2	Aufgaben . . . . .	82
3.7	Das Maximumprinzip in der Optimalen Steuerung . . . . .	86
3.7.1	Ein Problem der Optimalen Steuerung beim Abbau nicht erneuerbarer Ressourcen . . . . .	86
3.7.2	Das Maximumprinzip als notwendige Optimalitätsbedingung . . .	91
3.7.3	Aufgaben aus der Kontrolltheorie . . . . .	93
<b>4</b>	<b>Risiko, Robustheit . . . . .</b>	<b>97</b>
4.1	Risikomaße . . . . .	97
4.1.1	Akzeptanzmengen . . . . .	97
4.1.2	Kohärente Risikomaße . . . . .	98
4.1.3	Aufgaben zur Risikotheorie . . . . .	99
4.2	Robustheit . . . . .	101
4.2.1	Strikte Robustheit . . . . .	101
4.2.2	Abweichungs-Robustheit (Deviation Robustness) . . . . .	102
4.2.3	Verlässliche Robustheit (Reliable Robustness) . . . . .	102
4.2.4	Aufgaben zur Optimierung unter Unsicherheiten . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Finanzmathematik . . . . .</b>	<b>107</b>
5.1	Grundsätzliches zur Portfolio-Optimierung . . . . .	107
5.1.1	Das Markowitz-Modell . . . . .	107
5.1.2	Private-Equity-Fonds . . . . .	108
5.2	Aufgaben zur Portfolio-Optimierung . . . . .	110
5.2.1	Aufgaben zur Effizienz und Vektorminimalität . . . . .	110
5.2.2	Aufgaben zu Kegeln und Präferenzen . . . . .	113
5.2.3	Aufgaben zur Skalarisierung und Linearisierung in der Vektoroptimierung . . . . .	115
<b>6</b>	<b>Standort- und Approximationsprobleme . . . . .</b>	<b>123</b>
6.1	Grundsätzliches zur Standortoptimierung . . . . .	123
6.1.1	Planare Standortprobleme . . . . .	125
6.1.2	Richtungsminimale Zeitfunktion . . . . .	127
6.1.3	Verallgemeinerungen des Fermat-Weber-Problems . . . . .	127
6.2	Aufgaben zu Standortproblemen . . . . .	128
6.3	Näherungslösungen von Approximationsproblemen . . . . .	144
6.4	Aufgaben zur Approximationstheorie . . . . .	145
<b>7</b>	<b>Versicherungsmathematik . . . . .</b>	<b>151</b>
7.1	Grundsätzliches zur Versicherungsmathematik . . . . .	151
7.1.1	Marginalsummengleichungen . . . . .	152

7.1.2	Stochastische Dominanz . . . . .	154
7.2	Aufgaben zu Marginalsummengleichungen . . . . .	156
7.3	Aufgaben zur Stochastischen Dominanz . . . . .	161
7.4	Weitere Aufgaben aus der praktischen Versicherungsmathematik . . . . .	163
<b>8</b>	<b>Einführung in die Fourier-Transformation, ein Blick auf die Signaltheorie</b> . . . . .	<b>167</b>
8.1	Über Signale . . . . .	167
8.2	Distributionen und Fourier-Transformationen . . . . .	168
8.2.1	$S(\mathbb{R}^n)$ , $S'(\mathbb{R}^n)$ als topologische Vektorräume. Der Signalbegriff . . . . .	168
8.2.2	Das Rechnen mit temperierten Distributionen . . . . .	170
8.2.3	Beispiele für temperierte Distributionen . . . . .	172
8.2.4	Aufgaben zu $S(\mathbb{R}^n)$ und $S'(\mathbb{R}^n)$ . . . . .	173
8.2.5	Ein Impulskamm . . . . .	174
8.2.6	Die Fourier-Transformation in $S(\mathbb{R}^n)$ und $S'(\mathbb{R}^n)$ . . . . .	177
8.2.7	Aufgaben zur Fourier-Transformation . . . . .	179
8.3	Die Distributionen auf dem Raum $\mathcal{D}$ der finiten Funktionen . . . . .	184
8.3.1	Der Raum der finiten Funktionen . . . . .	184
8.3.2	Aufgaben zu Testfunktionen . . . . .	184
8.3.3	Distributionen über $\mathcal{D}$ . . . . .	186
8.3.4	Aufgaben zu Distributionen über den Räumen $\mathcal{D}$ und $S$ . . . . .	186
8.4	Unendliche Reihen von temperierten Distributionen . . . . .	187
8.4.1	Aufgaben zu unendlichen Reihen von temperierten Distributionen . . . . .	187
8.4.2	Die Poisson'sche Summenformel . . . . .	188
8.4.3	Aufgaben zur Poisson'schen Summenformel . . . . .	188
8.4.4	Periodische temperierte Distributionen und ihre Fourier-Transformierten . . . . .	191
8.4.5	Aufgaben zu periodischen temperierten Distributionen . . . . .	192
8.4.6	Aufgaben zur Fourier-Transformation des Impulskamms . . . . .	195
8.4.7	Fourier-Transformation und Faltungsoperation . . . . .	196
8.4.8	Aufgaben zur Faltung temperierter Distributionen . . . . .	196
8.4.9	Grundlösungen linearer partieller Differentialgleichungen . . . . .	197
8.4.10	Aufgaben zu Grundlösungen . . . . .	199
8.4.11	Diskussion zur Digital-Analog-Wandlung von Signalen . . . . .	200
8.4.12	Abtastung mit realen Impulsen . . . . .	203
8.4.13	Aufgabe zum Effizienzmaß . . . . .	204
<b>9</b>	<b>Normierte Räume in der Optimierung</b> . . . . .	<b>205</b>
9.1	Cauchy-Folgen und Vollständigkeit . . . . .	205
9.1.1	Der Vollständigkeitsbegriff . . . . .	205
9.1.2	Aufgaben zu Cauchy-Folgen und Normänderungen . . . . .	206
9.2	Aufgaben zu Stützfunktionen und Orbiformen . . . . .	209
9.3	Monotone Abbildungen und Minty-Variationsungleichungen . . . . .	213

---

9.3.1	Der Minty-Trick . . . . .	213
9.3.2	Aufgaben zu monotonen Abbildungen . . . . .	214
9.4	Generizität . . . . .	217
9.4.1	$F_\sigma$ - und $G_\delta$ -Mengen. Was ist generisch? . . . . .	217
9.4.2	Aufgaben in Verbindung mit generischen Aussagen . . . . .	218
9.5	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung . . . . .	220
9.5.1	Koerzitivität und Hesse-Matrix . . . . .	220
9.5.2	Aufgabe zur Koerzitivität und Zwei-Normen-Diskrepanz . . . . .	221
<b>Literatur</b> . . . . .		223
<b>Sachverzeichnis</b> . . . . .		229