

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Approximationstheorie	5
2.1	Grundsätzliches zu Approximationen	5
2.2	Aufgaben	9
2.2.1	Aufgaben zu Projektionen	9
2.2.2	Aufgaben zu Projektionen bei der Bild- und Signalverarbeitung	14
2.2.3	Aufgaben zu verallgemeinerten Fourier-Entwicklungen	17
2.2.4	Gram'sche Matrix und Approximationsaufgaben	19
2.2.5	Aufgaben zur Optimalen Steuerung	25
3	Nichtlineare Optimierung	29
3.1	Grundsätzliches zur Nichtlinearen Optimierung	29
3.1.1	Abbildungen und Funktionale	30
3.1.2	Algebraische und topologische Eigenschaften von Funktionalen	31
3.1.3	Satz von Hahn-Banach	33
3.1.4	Fenchel-Konjugierte, Subdifferentiale und Lagrange-Technik der Konvexen Analysis	34
3.1.5	Limiting, Mordukhovich-Subdifferential	39
3.1.6	Unterhalbstetigkeit und Infimumannahme	41
3.1.7	Aufgaben zur Optimierungstheorie	42
3.2	Skalarisierungsfunktionale	56
3.2.1	Nichtlineare Skalarisierungsfunktionale	56
3.2.2	Aufgaben zu Skalarisierungsfunktionalen	56
3.3	Charakterisierungssatz der konvexen Optimierung	61
3.4	Dualitätsaussagen und ökonomische Interpretationen	62
3.4.1	Dualität	62
3.4.2	Aufgaben zur Anwendung der Dualität in der linearen Optimierung	64
3.5	Variationsprinzip von Ekeland und Maximalpunkttheoreme	67
3.5.1	Das Variationsprinzip von Ekeland	68
3.5.2	Aufgaben zur Anwendung des Variationsprinzips	69

3.6	Equilibriumprobleme, Variationsungleichungen und Verallgemeinerungen	78
3.6.1	Vom Gleichgewichtsproblem zur Variationsungleichung	78
3.6.2	Aufgaben	82
3.7	Das Maximumprinzip in der Optimalen Steuerung	86
3.7.1	Ein Problem der Optimalen Steuerung beim Abbau nicht erneuerbarer Ressourcen	86
3.7.2	Das Maximumprinzip als notwendige Optimalitätsbedingung	91
3.7.3	Aufgaben aus der Kontrolltheorie	93
4	Risiko, Robustheit	97
4.1	Risikomaße	97
4.1.1	Akzeptanzmengen	97
4.1.2	Kohärente Risikomaße	98
4.1.3	Aufgaben zur Risikotheorie	99
4.2	Robustheit	101
4.2.1	Strikte Robustheit	101
4.2.2	Abweichungs-Robustheit (Deviation Robustness)	102
4.2.3	Verlässliche Robustheit (Reliable Robustness)	102
4.2.4	Aufgaben zur Optimierung unter Unsicherheiten	103
5	Finanzmathematik	107
5.1	Grundsätzliches zur Portfolio-Optimierung	107
5.1.1	Das Markowitz-Modell	107
5.1.2	Private-Equity-Fonds	108
5.2	Aufgaben zur Portfolio-Optimierung	110
5.2.1	Aufgaben zur Effizienz und Vektorminimalität	110
5.2.2	Aufgaben zu Kegeln und Präferenzen	113
5.2.3	Aufgaben zur Skalarisierung und Linearisierung in der Vektoroptimierung	115
6	Standort- und Approximationsprobleme	123
6.1	Grundsätzliches zur Standortoptimierung	123
6.1.1	Planare Standortprobleme	125
6.1.2	Richtungsminimale Zeitfunktion	127
6.1.3	Verallgemeinerungen des Fermat-Weber-Problems	127
6.2	Aufgaben zu Standortproblemen	128
6.3	Näherungslösungen von Approximationsproblemen	144
6.4	Aufgaben zur Approximationstheorie	145
7	Versicherungsmathematik	151
7.1	Grundsätzliches zur Versicherungsmathematik	151
7.1.1	Marginalsummengleichungen	152

7.1.2	Stochastische Dominanz	154
7.2	Aufgaben zu Marginalsummengleichungen	156
7.3	Aufgaben zur Stochastischen Dominanz	161
7.4	Weitere Aufgaben aus der praktischen Versicherungsmathematik	163
8	Einführung in die Fourier-Transformation, ein Blick auf die Signaltheorie	167
8.1	Über Signale	167
8.2	Distributionen und Fourier-Transformationen	168
8.2.1	$S(\mathbb{R}^n)$, $S'(\mathbb{R}^n)$ als topologische Vektorräume. Der Signalbegriff	168
8.2.2	Das Rechnen mit temperierten Distributionen	170
8.2.3	Beispiele für temperierte Distributionen	172
8.2.4	Aufgaben zu $S(\mathbb{R}^n)$ und $S'(\mathbb{R}^n)$	173
8.2.5	Ein Impulskamm	174
8.2.6	Die Fourier-Transformation in $S(\mathbb{R}^n)$ und $S'(\mathbb{R}^n)$	177
8.2.7	Aufgaben zur Fourier-Transformation	179
8.3	Die Distributionen auf dem Raum \mathcal{D} der finiten Funktionen	184
8.3.1	Der Raum der finiten Funktionen	184
8.3.2	Aufgaben zu Testfunktionen	184
8.3.3	Distributionen über \mathcal{D}	186
8.3.4	Aufgaben zu Distributionen über den Räumen \mathcal{D} und S	186
8.4	Unendliche Reihen von temperierten Distributionen	187
8.4.1	Aufgaben zu unendlichen Reihen von temperierten Distributionen	187
8.4.2	Die Poisson'sche Summenformel	188
8.4.3	Aufgaben zur Poisson'schen Summenformel	188
8.4.4	Periodische temperierte Distributionen und ihre Fourier-Transformierten	191
8.4.5	Aufgaben zu periodischen temperierten Distributionen	192
8.4.6	Aufgaben zur Fourier-Transformation des Impulskamms	195
8.4.7	Fourier-Transformation und Faltungsoperation	196
8.4.8	Aufgaben zur Faltung temperierter Distributionen	196
8.4.9	Grundlösungen linearer partieller Differentialgleichungen	197
8.4.10	Aufgaben zu Grundlösungen	199
8.4.11	Diskussion zur Digital-Analog-Wandlung von Signalen	200
8.4.12	Abtastung mit realen Impulsen	203
8.4.13	Aufgabe zum Effizienzmaß	204
9	Normierte Räume in der Optimierung	205
9.1	Cauchy-Folgen und Vollständigkeit	205
9.1.1	Der Vollständigkeitsbegriff	205
9.1.2	Aufgaben zu Cauchy-Folgen und Normänderungen	206
9.2	Aufgaben zu Stützfunktionen und Orbiformen	209
9.3	Monotone Abbildungen und Minty-Variationsungleichungen	213

9.3.1	Der Minty-Trick	213
9.3.2	Aufgaben zu monotonen Abbildungen	214
9.4	Generizität	217
9.4.1	F_σ - und G_δ -Mengen. Was ist generisch?	217
9.4.2	Aufgaben in Verbindung mit generischen Aussagen	218
9.5	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	220
9.5.1	Koerzitivität und Hesse-Matrix	220
9.5.2	Aufgabe zur Koerzitivität und Zwei-Normen-Diskrepanz	221
Literatur	223
Sachverzeichnis	229