

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIII
------------------------------	-------------

Tabellenverzeichnis	XV
----------------------------	-----------

1. Einleitung	1
1.1. Ausgangslage und Motivation	2
1.2. Forschungsfragen	5
1.3. Überlegungen zur Durchführung	8
1.4. Aufbau der Arbeit	8

I. Theoretische Grundlagen und Stand der Forschung	11
---	-----------

2. Visualisierung in Mathematik und Mathematikdidaktik	13
2.1. Verwendung des Begriffs „Visualisierung“	15
2.1.1. Prozess und Produkt	15
2.1.2. Etymologische Wurzeln	16
2.1.3. Perspektiven verschiedener Disziplinen	16
2.2. Überblick anhand eines prozessbasierten Modells	19
2.2.1. Auswahl eines Vorgehens	20
2.2.2. Visualisierung als Erstellen und Interpretieren	21
2.2.3. Erstellen und Interpretieren in weiteren Definitionen	25
2.2.4. Visualisierung als Darstellen	29
2.2.5. Visualisierung als Vorstellen und Transformieren	31
2.2.6. Gesamtes Modell	33
2.2.7. Einordnen weiterer Visualisierungsdefinitionen	34
2.2.8. Zusammenfassung	40

2.3. Begriffsklärung für diese Arbeit	44
2.4. Exkurs: Abgrenzung zu Repräsentation und Modellerweiterungen	45
2.4.1. Repräsentation und Visualisierung	45
2.4.2. Erweiterungspotenzial des Modells	47
3. Suchraum der Lehrkräfte	49
3.1. Curriculare Vorgaben	50
3.1.1. Bildungsstandards	50
3.1.2. NCTM-Standards	53
3.2. Mathematikdidaktische Theorien	55
3.2.1. Repräsentationswechsel und Darstellungsarten	56
3.2.2. Fachbezogene mathematikdidaktische Aspekte	59
3.3. Ziele des Visualisierungseinsatzes	61
3.3.1. Literatur	62
3.3.2. Einzelne Ziele	63
3.4. Bildliche Darstellungen in Schulbüchern	69
3.4.1. Kategorisierungsansätze	70
3.4.2. Forschungsdesiderat	71
3.5. Zusammenfassung	72
4. Studien zu den Beliefs von Lehrkräften zum Thema Visualisierung 73	73
4.1. Auswahl der Studien	74
4.2. Unterrichten oder mathematisch arbeiten	76
4.3. Prozessbezogen untersuchte Beliefs zum Visualisierungseinsatz 78	78
4.3.1. Problemlösen	78
4.3.2. Beweisen	83
4.3.3. Technikeinsatz	86
4.3.4. Zusammenfassung	88
4.4. Inhaltsbezogen untersuchte Beliefs zum Visualisierungseinsatz 89	89
4.4.1. Bruchrechnung	89
4.4.2. Algebra	92
4.4.3. Funktionen	94
4.4.4. Analysis	96
4.4.5. Zusammenfassung	97
4.5. Übergreifend untersuchte Beliefs zum Visualisierungseinsatz . 98	98
4.6. Fazit	102

5. Beliefs	107
5.1. Positionierung	107
5.1.1. Mathematics-related affect	108
5.1.2. Beliefs	111
5.2. Begriffsklärung	111
5.2.1. Fehlender Konsens bezüglich des Beliefbegriffs	112
5.2.2. Beliefs versus Wissen	113
5.2.3. Beliefs als subjektive Wahrheiten	117
5.2.4. Beliefs und Motivation	118
5.2.5. Beliefs und Emotionen	120
5.2.6. Zusammenfassung	120
5.3. Strukturen	122
5.3.1. Beliefsysteme	122
5.3.2. Stärke von Beliefs	128
5.3.3. Kategorisierung von Beliefs	132
5.4. Entwicklung von Beliefs	136
5.4.1. Entstehung und Veränderung	136
5.4.2. Widersprüchlichkeit	137
5.4.3. Fazit	138
5.5. Erhebung von Beliefs	139
5.5.1. Bewusstheit	139
5.5.2. Erhebungsmethoden	140
5.5.3. Erhebung in dieser Arbeit	142
5.6. Theoretische Annahmen und Forschungsfragen	142
5.6.1. Theoretische Annahmen	143
5.6.2. Forschungsfragen	144
 II. Methodologie und methodisches Vorgehen	 147
 6. Methodologische Einordnung	 149
 7. Datenerhebung	 153
7.1. Entwicklung der Erhebung	153
7.1.1. Das problemzentrierte Interview	153
7.1.2. Entwicklung des Interviewleitfadens	155
7.1.3. Entwicklung der weiteren Erhebungsinstrumente	162
7.2. Sampling und Stichprobe	163
7.2.1. Theoretisches Sampling	163

7.2.2.	Stichprobe für diese Arbeit	164
7.2.3.	Repräsentativität	166
7.3.	Anonymisierung	167
7.4.	Durchführung und Reflexion der Erhebung	167
8.	Auswertung und Theoriebildung	171
8.1.	Transkription	171
8.1.1.	Einführung	172
8.1.2.	Entscheidungen	173
8.1.3.	Zeichnungen und Gesten	174
8.1.4.	Durchführung	175
8.1.5.	Zusammenfassung	176
8.2.	Kodierung und Theoriebildung	176
III.	Ergebnisse: Analyse und Theorieentwicklung	179
9.	Fallbeschreibung von Herrn A	181
9.1.	Bruchrechnung	182
9.1.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	182
9.1.2.	Zusammenhänge zwischen den Zielen	194
9.1.3.	Überzeugungen zu nützlichen Darstellungen	197
9.1.4.	Überzeugungen zum Unterrichtsprozess	203
9.1.5.	Überzeugungen zum Lernen	207
9.1.6.	Überzeugungen zu Schülerinnen und Schülern	209
9.1.7.	Überzeugungen zu Grenzen des Visualisierens	211
9.1.8.	Zusammenfassung	213
9.2.	Algebra	217
9.2.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	217
9.2.2.	Überzeugungen zu nützlichen Darstellungen	227
9.2.3.	Überzeugungen zum Unterrichtsprozess	230
9.2.4.	Überzeugungen zum Lernen	232
9.2.5.	Überzeugungen zu Schülerinnen und Schülern	233
9.2.6.	Überzeugungen zu Grenzen des Visualisierens	233
9.2.7.	Zusammenfassung und Vergleich zur Bruchrechnung	234
9.3.	Funktionen	236
9.3.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	236
9.3.2.	Überzeugungen zu nützlichen Darstellungen	246
9.3.3.	Überzeugungen zum Unterrichtsprozess	247

9.3.4.	Überzeugungen zum Lernen	249
9.3.5.	Überzeugungen zu Schülerinnen und Schülern	252
9.3.6.	Überzeugungen zu Grenzen des Visualisierens	252
9.3.7.	Zusammenfassung und Vergleich zu Bruchrechnung und Algebra	253
9.4.	Überzeugungen zur eigenen Person	255
9.5.	Zwischenergebnis und Hypothesen	257
9.5.1.	Diskussion einzelner Aspekte	257
9.5.2.	Hypothesen	258
9.5.3.	Anmerkung zur weiteren Vorgehensweise	261
10.	Kontrastierung mit Frau B	263
10.1.	Bruchrechnung	264
10.1.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	264
10.1.2.	Überzeugungen zum Visualisieren	270
10.1.3.	Zusammenfassung und Vergleich mit Herrn A	278
10.2.	Algebra	279
10.2.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	279
10.2.2.	Überzeugungen zum Visualisieren	281
10.2.3.	Zusammenfassung und Vergleiche	283
10.3.	Funktionen	286
10.3.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	286
10.3.2.	Überzeugungen zum Visualisieren	290
10.3.3.	Zusammenfassung und Vergleiche	292
10.4.	Analysis	295
10.4.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	295
10.4.2.	Überzeugungen zum Visualisieren	297
10.4.3.	Zusammenfassung und Vergleiche aller Themen	298
10.5.	Überzeugungen zur eigenen Person	300
10.6.	Zwischenergebnis und Hypothesen	302
10.6.1.	Zusammenfassung und Hypothesen	302
10.6.2.	Diskussion einzelner Aspekte	303
10.6.3.	Anmerkung zur weiteren Vorgehensweise	304
11.	Beliefs der weiteren Lehrkräfte	305
11.1.	Frau C	305
11.1.1.	Ziele des Visualisierungseinsatzes	306
11.1.2.	Überzeugungen zum Visualisieren	311

11.2. Frau D	323
11.2.1. Ziele des Visualisierungseinsatzes	323
11.2.2. Überzeugungen zum Visualisieren	327
11.3. Herr E	337
11.3.1. Ziele des Visualisierungseinsatzes	337
11.3.2. Überzeugungen zum Visualisieren	339
11.4. Hypothesen und weiteres Vorgehen	348
12. Zusammenfassung und Vergleiche zwischen den Lehrkräften	351
12.1. Ziele des Visualisierungseinsatzes	352
12.1.1. Empirisch rekonstruierte Ziele des Visualisierungseinsatzes	352
12.1.2. Vergleich aller Ziele über alle Personen hinweg	356
12.1.3. Ziele aller Personen in Kurzsätzen	357
12.1.4. Typisierung anhand der Ziele	359
12.2. Überzeugungen zum Visualisieren	365
12.2.1. Lernen: Repräsentationswechsel	366
12.2.2. Lernen: Mit Hilfe von bildlichen Darstellungen	368
12.2.3. Eigenständige Nutzung durch Schülerinnen und Schüler	369
12.2.4. Unterrichtsprozess: Unterrichten von Anforderungen .	370
12.2.5. Unterrichtsprozess: Einsatz von Technik	371
12.2.6. Schülerinnen und Schüler: Lerntypen	372
12.2.7. Grenzen beim Arbeiten mit bildlichen Darstellungen .	373
12.2.8. Eigenes mathematisches Arbeiten	374
12.2.9. Visualisierungsbegriff	375
12.3. Vergleich zum Einsatz der Gleichungswaage	376
IV. Diskussion und Ausblick	379
13. Zusammenfassung und Diskussion	381
13.1. Einordnung zentraler Ergebnisse dieser Arbeit	382
13.1.1. Vielfältige Überzeugungen	382
13.1.2. Gleiche Ziele, verschiedene Teilziele	384
13.1.3. Objekte, auf die sich die Überzeugungen richten . . .	385
13.1.4. Themenübergreifende Parallelen	388
13.1.5. Stärke der Ziele und Überzeugungen	389
13.1.6. Muster zwischen Zielen und Überzeugungen	390

13.2. Einordnung der Ergebnisse zu einzelnen Überzeugungen . . .	391
13.2.1. Nützliche bildliche Darstellungen	392
13.2.2. Günstiger Unterrichtsprozess	392
13.2.3. Lernen mit bildlichen Darstellungen	394
13.2.4. Schülerinnen und Schüler	394
13.2.5. Grenzen des Visualisierungseinsatzes	395
13.2.6. Eigenes mathematisches Arbeiten	396
13.2.7. Unbesetzte Objekte	397
13.3. Einordnung der Ergebnisse zu einzelnen Zielen und Teilzielen	397
13.3.1. Ziel 1 (Konzept verstehen)	398
13.3.2. Ziel 2 (Vorgehensweise verstehen)	398
13.3.3. Ziel 3 (Lesen und Erstellen)	399
13.3.4. Ziel 4 (Sich an etwas Erinnern)	399
13.3.5. Ziel 5 (Motivieren)	400
13.4. Visualisierungsbegriff	400
13.5. Theoretische und empirische Kategorisierung der Ziele	401
13.6. Vergleiche zwischen Lehrkräften	403
13.6.1. Typenbildung	403
13.6.2. Zusammenhänge	404
14. Methodische Reflexion	407
14.1. Theoretische Sättigung der Ziele und Überzeugungen	407
14.2. Sampling	409
14.3. Durchführung von Erhebung und Auswertung	411
14.3.1. Gestaltung der Interviews	412
14.3.2. Transkription	416
14.3.3. Kodierung	417
15. Ausblick	419
15.1. Forschungsdesiderate mit eher praktischem Bezug	419
15.2. Weitere Grundlagenforschung	422
15.3. Aus der Praxis lernen	423
15.4. Aus- und Weiterbildungen zum Visualisierungseinsatz	423
Literaturverzeichnis	427

Anhang	449
A. Bildungsstandards	451
A.1. Bildliche Darstellungen in den Aufgaben zu K4	452
A.2. Bildliche Darstellungen in den Aufgaben zu K5	453
B. Erhebung	455
B.1. Interviewleitfaden	456
B.2. Daten zum theoretischen Sampling	470
C. Transkriptionssystem	473
C.1. Zeichen und Abkürzungen	474
C.2. Transkriptionsregeln und Hinweise zur Schreibweise	475