

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Lineare Gleichungssysteme – direkte Verfahren</b>                            | <b>11</b> |
| 1.1      | Lineare Gleichungssysteme . . . . .   | 12        |
| 1.2      | Gauß-Algorithmus und LU-Zerlegung . . . . .                                     | 15        |
| 1.3      | Fallstudie: Berechnung von Stabkräften im Fachwerk . . . . .                    | 24        |
| 1.4      | Cholesky-Zerlegung . . . . .  | 30        |
| 1.5      | Fallstudie: Berechnung von Verschiebungen und Stabkräften im Fachwerk . . . . . | 35        |
| 1.6      | Aufgaben . . . . .  | 45        |
| <b>2</b> | <b>Nichtlineare Gleichungen und Gleichungssysteme</b>                           | <b>47</b> |
| 2.1      | Nichtlineare Gleichungen . . . . .  | 47        |
| 2.1.1    | Einleitung . . . . .  | 48        |
| 2.1.2    | Newton-Verfahren . . . . .  | 49        |
| 2.1.3    | Verfahren der einfachen Iteration . . . . .                                     | 53        |
| 2.1.4    | Bisektionsverfahren . . . . .   | 56        |
| 2.1.5    | Regula falsi und Sekantenverfahren . . . . .                                    | 58        |
| 2.2      | Fallstudie: Wasserabsenkung in einem vollkommenen Brunnen . . . . .             | 61        |
| 2.3      | Fallstudie: Spiegellinie eines Fließgewässers . . . . .                         | 66        |
| 2.4      | Fallstudie: Berechnung einer Streichwehrranlage . . . . .                       | 71        |
| 2.5      | Fallstudie: Berechnung des internen Zinsfußes . . . . .                         | 74        |
| 2.6      | Nichtlineare Gleichungssysteme . . . . .  | 78        |
| 2.7      | Fallstudie: Berechnung von Wasserversorgungsnetzen . . . . .                    | 81        |
| 2.8      | Fallstudie: Berechnung von Dübelkräften in einer Ankerplatte . . . . .          | 89        |
| 2.9      | Aufgaben . . . . .  | 94        |
| <b>3</b> | <b>Interpolation</b>  | <b>97</b> |
| 3.1      | Polynominterpolation . . . . .  | 97        |
| 3.2      | Newton-Interpolation . . . . .  | 99        |
| 3.3      | Lagrange-Interpolation . . . . .  | 106       |
| 3.4      | Kubische Interpolationssplines . . . . .  | 110       |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.5      | Fallstudie: Straßenachsen in CAD-Systemen . . . . .                      | 118        |
| 3.6      | Kubische Approximationssplines . . . . .                                 | 125        |
| 3.7      | Fallstudie: Proctorversuch . . . . .                                     | 129        |
| 3.8      | Bilineare Interpolation . . . . .  | 131        |
| 3.9      | Fallstudie: Berechnung eines unvollkommenen Überfalls . . . . .          | 134        |
| 3.10     | Aufgaben . . . . .   | 136        |
| <b>4</b> | <b>Numerische Integration</b>  | <b>138</b> |
| 4.1      | Quadraturformel und Fehlerabschätzung . . . . .                          | 138        |
| 4.2      | Geschlossene Newton-Cotes-Formeln . . . . .                              | 140        |
| 4.2.1    | Rechtecksregel . . . . .   | 140        |
| 4.2.2    | Trapezregel . . . . .  | 140        |
| 4.2.3    | Simpsonregel . . . . .   | 140        |
| 4.2.4    | Newton-3/8-Regel . . . . .   | 141        |
| 4.3      | Offene Newton-Cotes-Formeln . . . . .                                    | 141        |
| 4.3.1    | Mittelpunkt-Rechtecksregel . . . . .                                     | 142        |
| 4.3.2    | Offene Newton-Cotes-Formel mit zwei Stützstellen . . . . .               | 142        |
| 4.3.3    | Offene Newton-Cotes-Formel mit drei Stützstellen . . . . .               | 143        |
| 4.4      | Zusammengesetzte Quadraturformeln . . . . .                              | 143        |
| 4.4.1    | Geschlossene Newton-Cotes-Formeln . . . . .                              | 144        |
| 4.4.2    | Offene Newton-Cotes-Formeln . . . . .                                    | 145        |
| 4.5      | Gauß-Quadraturformeln . . . . .  | 147        |
| 4.6      | Methode von Romberg . . . . .  | 151        |
| 4.7      | Fallstudie: Berechnung von Punkten einer Klothoide . . . . .             | 154        |
| 4.8      | Fallstudie: Mengenermittlung . . . . .                                   | 159        |
| 4.9      | Fallstudie: Seerückhalt bei gesteuertem Abfluss . . . . .                | 162        |
| 4.10     | Aufgaben . . . . .   | 165        |
| <b>5</b> | <b>Numerische Differenziation</b>  | <b>168</b> |
| 5.1      | Konstruktion von Ableitungsformeln mit Interpolationspolynomen . . . . . | 168        |
| 5.1.1    | Fehler bei der Approximation von Ableitungen . . . . .                   | 171        |
| 5.1.2    | Konstruktion mit der Taylor-Zerlegung . . . . .                          | 173        |



|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 5.1.3    | Rekursive Konstruktion . . . . .  | 175        |
| 5.2      | Differenziation fehlerbehafteter Funktionen . . . . .                   | 177        |
| 5.3      | Fallstudie: Durchbiegung eines Balkens . . . . .                        | 179        |
| 5.4      | Aufgaben . . . . .  | 181        |
| <b>6</b> | <b>Ausgleichsrechnung</b>   | <b>183</b> |
| 6.1      | Methode der kleinsten Fehlerquadrate . . . . .                          | 183        |
| 6.2      | Lineare Ausgleichsprobleme . . . . .                                    | 185        |
| 6.3      | Fallstudie: Plattendruckversuch . . . . .                               | 189        |
| 6.4      | Fallstudie: Kelchüberfälle bei vollkommenem Abfluss . . . . .           | 191        |
| 6.5      | Nichtlineare Ausgleichsprobleme . . . . .                               | 194        |
| 6.6      | Fallstudie: Ermittlung des Sättigungsverlaufes poröser Medien . . . . . | 198        |
| 6.7      | Aufgaben . . . . .  | 200        |
| <b>7</b> | <b>Gewöhnliche Differenzialgleichungen</b>                              | <b>203</b> |
| 7.1      | Anfangswertprobleme . . . . .   | 203        |
| 7.1.1    | Polygonzugverfahren von Euler . . . . .                                 | 204        |
| 7.1.2    | Trapezverfahren . . . . .   | 205        |
| 7.1.3    | Diskretisierungsfehler und Fehlerordnung . . . . .                      | 208        |
| 7.1.4    | Runge-Kutta-Verfahren . . . . .   | 211        |
| 7.1.5    | Verfahren der Taylor-Reihe . . . . .                                    | 215        |
| 7.2      | Fallstudie: Flusslaufrückhalt . . . . .                                 | 218        |
| 7.3      | Fallstudie: Seerückhalt . . . . .                                       | 222        |
| 7.4      | Fallstudie: Schwingungsverhalten bei Stoßbelastung . . . . .            | 226        |
| 7.5      | Randwertprobleme – Methode der finiten Elemente (FEM) . . . . .         | 229        |
| 7.6      | Fallstudie: Biegelinie eines Balkens . . . . .                          | 236        |
| 7.7      | Aufgaben . . . . .  | 246        |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>   | <b>248</b> |
|          | <b>Sachwortverzeichnis</b>  | <b>250</b> |