

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Mehrkörpersysteme	1
1.2	Physikalische Grundlagen der Mehrkörperdynamik	2
1.3	Entwicklung der Mehrkörperdynamik	6
1.4	Mehrkörperformalismen	8
1.5	Anwendungen von Mehrkörpersystemen	11
1.6	Inhaltsübersicht	17
2	Grundlagen der Vektorrechnung	19
2.1	Skalare und Vektoren	19
2.2	Koordinaten von Vektoren	19
2.3	Rechenregeln für Vektoren	21
2.4	Transformation von Vektorkoordinaten	26
2.5	Tensoren zweiter Stufe	29
3	Grundlagen der Kinematik	33
3.1	Allgemeine Bewegung des starren Körpers	33
3.1.1	Aufgabenstellung	33
3.1.2	Lage	35
3.1.3	Geschwindigkeit, Bewegungswinder	36
3.1.4	Beschleunigung	38
3.1.5	Beispiel zur Bewegung eines starren Körpers	38
3.1.6	Sonderfälle der allgemeinen Bewegung	40
3.2	Relativbewegungen starrer Körper	41
3.2.1	Relative zeitliche Ableitung von Vektoren	41
3.2.2	Zusammensetzung zweier Bewegungen	45
3.2.3	Beispiel zur Zusammensetzung zweier Bewegungen	48
3.2.4	Umgekehrte Relativbewegung	53
3.3	Drehzeiger und Drehtensor	55
3.3.1	Drehzeiger	56
3.3.2	Drehtensor	56

3.3.3	Passive und aktive Betrachtung der Drehung	58
3.3.4	Beispiele für Drehungen	60
3.4	Mehrfache Drehungen	62
3.4.1	Definition mehrfacher Drehungen durch Drehgelenke	62
3.4.2	Drehungen um die Ausgangsachsen	63
3.4.3	Drehungen um die mitgedrehten Achsen	65
3.5	Drehzeiger und Winkelgeschwindigkeit	67
3.5.1	Differentielle Drehung und Winkelgeschwindigkeit	67
3.5.2	Drehtensor und Winkelgeschwindigkeit	69
3.6	KARDAN-Winkel und EULER-Winkel	71
3.6.1	xyz -KARDAN-Winkel und Drehmatrix	72
3.6.2	xyz -KARDAN-Winkel aus gegebener Drehmatrix	74
3.6.3	xyz -KARDAN-Winkel und Winkelgeschwindigkeit	75
3.6.4	Gegenüberstellung verschiedener Drehreihenfolgen	76
3.7	EULER-Parameter (Quaternionen)	80
3.7.1	EULER-Parameter und Drehtensor	80
3.7.2	EULER-Parameter aus gegebener Drehmatrix	82
3.7.3	EULER-Parameter als Quaternionen	83
3.7.4	EULER-Parameter und mehrfache Drehungen	84
3.7.5	EULER-Parameter und Winkelgeschwindigkeit	85
3.8	RODRIGUES-Parameter	89
3.8.1	RODRIGUES-Parameter und Drehtensor	89
3.8.2	RODRIGUES-Parameter und Winkelgeschwindigkeit	89
3.9	Beispiele zu Koordinaten von Drehungen	91
3.9.1	Koordinaten einer gegebenen Drehung	91
3.9.2	Kinematische Differentialgleichungen	93
4	Grundlagen der Dynamik	97
4.1	Impuls und Drall	97
4.1.1	Impuls	98
4.1.2	Drall (Drehimpuls, Impulsmoment)	98
4.2	Schwerpunktsatz und Drallsatz	100
4.2.1	Impulssatz und Schwerpunktsatz	100
4.2.2	Drallsatz (Momentensatz)	101
4.3	Impuls und Drall des starren Körpers	102
4.3.1	Masse und Massenmittelpunkt	103
4.3.2	Impuls des starren Körpers	104
4.3.3	Drall des starren Körpers	104
4.4	Trägheitstensor	104
4.4.1	Eigenschaften des Trägheitstensors	105
4.4.2	Parallelverschiebung des Bezugssystems	106
4.4.3	Drehung des Bezugssystems	108
4.4.4	Hauptachsensystem	108
4.4.5	Trägheitstensor eines homogenen Kreiszylinders	110
4.5	Impulssatz und Drallsatz für den starren Körper	111

4.5.1	Impulssatz	111
4.5.2	Drallsatz	111
4.5.3	D'ALEMBERTsche Trägheitskräfte	113
4.6	Arbeit und Energie	114
4.6.1	Arbeitssatz	114
4.6.2	Konservative Kräfte, potentielle Energie, Energiesatz	115
4.6.3	Kinetische Energie des starren Körpers	117
4.7	Kraftwirkungen von Rotoren	118
4.8	Dynamik von Kreisel	121
4.8.1	Momentenfreier Kreisel	121
4.8.2	Schwerer symmetrischer Kreisel	125
5	Holonyme Massenpunktsysteme	129
5.1	Holonyme Bindungen	129
5.1.1	Skleronome und rheonome holonome Bindungen	130
5.1.2	Zweiseitige und einseitige holonome Bindungen	133
5.2	Kinematik holonomer Massenpunktsysteme	134
5.2.1	Implizite holonome Bindungen	134
5.2.2	Freiheitsgrad und Minimalkoordinaten	137
5.2.3	Explizite holonome Bindungen	138
5.3	Dynamik holonomer Massenpunktsysteme	142
5.3.1	Impulssätze, eingeprägte Kräfte und Reaktionskräfte	142
5.3.2	Prinzip von D'ALEMBERT-LAGRANGE	143
5.3.3	Prinzip von JOURDAIN	146
5.3.4	Explizite Reaktionsbedingungen	148
5.3.5	Implizite Reaktionsbedingungen	148
5.4	Bewegungsgleichungen von Massenpunktsystemen	149
5.4.1	Bewegungsgleichungen in Absolutkoordinaten	150
5.4.2	Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten	154
5.5	Beispiele holonomer Massenpunktsysteme	157
5.5.1	Doppeltes Massenpunktpendel	157
5.5.2	Ebenes Schubkurbelgetriebe	163
5.5.3	Massenpunkt auf rotierendem Ring	168
5.6	Weitere Methoden der analytischen Dynamik	172
5.6.1	Prinzip von GAUSS	172
5.6.2	LAGRANGE-Gleichungen zweiter Art	174
5.6.3	Kanonische Gleichungen von HAMILTON	177
5.7	Zur numerischen Lösung von Bewegungsgleichungen	181
5.7.1	Gewöhnliche Differentialgleichungen	181
5.7.2	Differential-algebraische Gleichungen	184
5.7.3	Nichtlineare Gleichungssysteme	187

6	Holonyme Mehrkörpersysteme	189
6.1	Kinematik holonomer Mehrkörpersysteme	189
6.1.1	Bewegungsgrößen eines starren Körpers	189
6.1.2	Implizite holonome Bindungen	191
6.1.3	Explizite holonome Bindungen	194
6.2	Dynamik holonomer Mehrkörpersysteme	197
6.2.1	Impuls- und Drallsätze	197
6.2.2	Eingeprägte Kräfte und Momente	198
6.2.3	Prinzip von JOURDAIN für Mehrkörpersysteme	202
6.2.4	Explizite Reaktionsbedingungen	205
6.2.5	Implizite Reaktionsbedingungen	205
6.3	Bewegungsgleichungen räumlicher Mehrkörpersysteme	206
6.3.1	Bewegungsgleichungen in Absolutkoordinaten	206
6.3.2	Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten	208
6.3.3	Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten und Minimalgeschwindigkeiten	210
6.4	Bewegungsgleichungen ebener Mehrkörpersysteme	212
6.4.1	Bewegungsgleichungen in Absolutkoordinaten	214
6.4.2	Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten	216
6.5	Beispiele ebener Mehrkörpersysteme	218
6.5.1	Doppeltes Körperpendel	218
6.5.2	Rollpendel	224
6.6	Beispiele räumlicher Mehrkörpersysteme	226
6.6.1	Schwerer Kreisel mit Fixpunktlagerung	227
6.6.2	Roboter mit zwei Drehgelenken	233
7	Nichtholonome Systeme	241
7.1	Kinematik nichtholonomer Systeme	241
7.1.1	Implizite nichtholonome Bindungen	242
7.1.2	Freiheitsgrad nichtholonomer Systeme	244
7.1.3	Minimalkoordinaten und Minimalgeschwindigkeiten	244
7.1.4	Explizite nichtholonome Bindungen	245
7.2	Dynamik nichtholonomer Systeme	246
7.2.1	Bewegungsgleichungen in Absolutkoordinaten	247
7.2.2	Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten und Minimalgeschwindigkeiten	248
7.3	Auf einer rotierenden Ebene rollende Kugel	251
7.3.1	Bewegungsgleichungen in Absolutkoordinaten	252
7.3.2	Bewegungsgleichungen in Minimalgeschwindigkeiten	256
7.4	Integrierbarkeit kinematischer Bindungen	258
7.4.1	Wagen mit zwei Rädern (Kufe)	259
7.4.2	Integrierbarkeitsbedingungen	262
7.4.3	Anwendungen der Integrierbarkeitsbedingungen	265

8	Bindungen in Mehrkörpersystemen	273
8.1	Gelenke in Mehrkörpersystemen	273
8.1.1	Gelenke mit holonomen skleronomen Bindungen	274
8.1.2	Gelenke mit holonomen rheonomen Bindungen	276
8.1.3	Zur Modellierung von Gelenken	276
8.2	Klassifizierungen von Mehrkörpersystemen	278
8.2.1	Topologische Klassifizierung	279
8.2.2	Kinematische Klassifizierung	281
8.3	Freiheitsgrad von Mehrkörpersystemen	282
8.3.1	Freiheitsgrad räumlicher Mehrkörpersysteme	283
8.3.2	Freiheitsgrad überbestimmter Mehrkörpersysteme	286
8.3.3	Freiheitsgrad ebener und sphärischer Systeme	288
8.4	Implizite holonome Bindungen von Gelenken	289
8.4.1	Implizite Bindungen eines allgemeinen Gelenks	289
8.4.2	Elementare implizite Bindungen	290
8.4.3	Implizite Bindungen des Drehgelenks	294
8.5	Explizite holonome Bindungen von Gelenken	295
8.5.1	Explizite Bindungen eines allgemeinen Gelenks	295
8.5.2	Explizite Bindungen des Drehgelenks	299
8.5.3	Explizite Bindungen des Schubgelenks	301
8.5.4	Explizite Bindungen des Kugelgelenks	302
8.6	Reaktionsbedingungen für Gelenke	304
8.6.1	Explizite Reaktionsbedingungen	305
8.6.2	Implizite Reaktionsbedingungen	305
8.6.3	Reaktionsbedingungen für das Drehgelenk	306
8.7	Verwendung der Bindungen in Bewegungsgleichungen	308
9	Offene Mehrkörpersysteme	311
9.1	Topologie offener Mehrkörpersysteme	311
9.2	Kinematik offener Mehrkörpersysteme	313
9.2.1	Minimalkoordinaten und Minimalgeschwindigkeiten	314
9.2.2	Explizite Bindungen in einer Kettenstruktur	315
9.2.3	Kettenstruktur mit Standardgelenken	321
9.2.4	Explizite Bindungen in einer Baumstruktur	325
9.3	Dynamik offener Mehrkörpersysteme	327
9.3.1	Implizite Reaktionsbedingungen für offene MKS	327
9.3.2	Impuls- und Drallsätze	331
9.4	Bewegungsgleichungen offener Mehrkörpersysteme	333
9.5	Nichtrekursiver Formalismus für offene MKS	335
9.6	Rekursiver Formalismus für offene MKS	337
9.6.1	Rekursive Lösung für Systeme mit Kettenstruktur	337
9.6.2	Rekursive Lösung für Systeme mit Baumstruktur	341
9.7	Knickarm-Roboter	342

10 Geschlossene Mehrkörpersysteme	351
10.1 Kinematik einer einzelnen Mehrkörperschleife	351
10.1.1 Implizite Schließbedingungen	352
10.1.2 Explizite Schließbedingungen	357
10.1.3 Kinematik eines ebenen Gelenkvierecks	361
10.2 Kinematik mehrschleifiger Systeme	370
10.2.1 Primäre Gelenkkoordinaten	370
10.2.2 Implizite Schließbedingungen	372
10.2.3 Zur Definition unabhängiger Schleifen	375
10.2.4 Zusätzliche kinematische Ketten	377
10.2.5 Explizite Schließbedingungen	378
10.3 Dynamik geschlossener Mehrkörpersysteme	380
10.3.1 Sekundäre Reaktionskraftwinder	380
10.3.2 Impuls- und Drallsätze	382
10.4 Bewegungsgleichungen in primären Gelenkkoordinaten	382
10.4.1 Nichtrekursiver Formalismus für geschlossene MKS	384
10.4.2 Rekursiver Formalismus für geschlossene MKS	386
10.5 Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten	391
10.5.1 Zustandsgleichungen	391
10.5.2 Minimalform der Bewegungsgleichungen	392
10.6 Dynamik eines ebenen Schubkurbelgetriebes	393
10.6.1 Bewegungsgleichungen in primären Gelenkkoordinaten	394
10.6.2 Bewegungsgleichungen in Minimalform	397
10.7 Dynamik eines räumlichen Koppelgetriebes	398
10.7.1 Bewegungsgleichungen in primären Gelenkkoordinaten	399
10.7.2 Bewegungsgleichungen in Minimalform	402
10.8 Dynamik eines Parallelroboters	407
10.8.1 Mehrkörpermodelle ohne redundante Bindungen	408
10.8.2 Bewegungsgleichungen in primären Gelenkkoordinaten	410
A Mathematische Grundlagen	417
A.1 Matrizen	417
A.2 Quaternionen	422
Literaturverzeichnis	425
Sachverzeichnis	431