

# Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Einführung</b>	<b>7</b>
1	Beispiele für Anwendungen der Linearen Algebra	9
2	Metamathematik	13
2.1	Symbole, Aussagen und Aussageformen	13
2.1.1	Mathematische Symbole	13
2.1.2	Aussagen und Aussageformen	14
2.1.3	Prinzipien der Mathematischen Logik	15
2.2	Struktur mathematischer Texte	16
2.2.1	Axiome und Definitionen	16
2.2.2	Sätze und Theoreme	17
2.2.3	Beispiele	17
2.3	Beweise	17
2.3.1	Beweis durch vollständige Induktion	18
2.3.2	Direkte Beweise	18
2.3.3	Beweise durch Kontraposition	19
2.3.4	Widerspruchsbeweise	19
2.3.5	Ringschlüsse	19
3	Elementare Mengenlehre	21
3.1	Mengen	21
3.2	Relationen	23
3.3	Abbildungen	25
<b>II</b>	<b>Grundelemente der Linearen Algebra</b>	<b>29</b>
4	Algebraische Strukturen	31
4.1	Körper und Ringe	31
4.1.1	Algebraische Struktur der reellen Zahlen	31
4.1.2	Körper und Ringe	33
4.2	Beispiele für Körper und Ringe	35
4.2.1	Der binäre Körper und endliche Körper	35
4.2.2	Der Körper der komplexen Zahlen	39
4.2.3	Der Ring der Matrizen	40
4.3	Homomorphismen zwischen Körpern	43
5	Theorie der Vektorräume	45
5.1	Reelle und komplexe Vektorräume	45
5.2	Unterräume und deren Erzeugung	47
5.3	Basis und Dimension	49
5.4	Lineare Abbildungen	54
5.5	Eigenwerte und Eigenvektoren	64

<b>III</b>	<b>Anwendungen der Vektorraumtheorie</b>	<b>67</b>
<b>6</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>69</b>
6.1	Die Struktur der Lösungsmenge . . . . .	69
6.2	Die Lösungsmenge bei einfachen Systemen . . . . .	71
6.2.1	(1,1)-Systeme . . . . .	71
6.2.2	(1,2)-Systeme . . . . .	71
6.2.3	(1,n)-Systeme . . . . .	72
6.2.4	(m,1)-Systeme . . . . .	72
6.3	Elementare Zeilenumformungen . . . . .	73
6.4	Treppen-Normalform und Gaußalgorithmus . . . . .	75
6.5	Lösungsmenge bei allgemeinen Problemen . . . . .	79
6.6	Invertierbare Matrizen . . . . .	82
<b>7</b>	<b>Determinanten</b>	<b>87</b>
7.1	Flächeninhalt eines Parallelogramms . . . . .	87
7.2	Eindeutigkeit von Determinanten . . . . .	89
7.3	Existenz von Determinanten: Laplacescher Entwicklungssatz . . . . .	91
7.4	Determinantenmultiplikationssatz . . . . .	94
7.5	Determinante der Vandermonde-Matrix . . . . .	95
<b>8</b>	<b>Polynome</b>	<b>97</b>
8.1	Der $\mathbb{K}$ -Vektorraum der Polynome . . . . .	97
8.2	Polynominterpolation . . . . .	98
8.3	Interpolation mit kubischen Splines . . . . .	100
8.4	Das charakteristische Polynom . . . . .	103
<b>IV</b>	<b>Erweiterungen von Vektorräumen</b>	<b>105</b>
<b>9</b>	<b>Euklidische Vektorräume</b>	<b>107</b>
9.1	Das Standardskalarprodukt des $\mathbb{R}^n$ . . . . .	107
9.2	Schmidtsche Orthonormalisierung . . . . .	111
9.3	Orthogonale Abbildungen . . . . .	115
9.4	Selbstadjungierter Endomorphismus . . . . .	118
<b>10</b>	<b>Linearformen</b>	<b>123</b>
10.1	Bilinearformen und hermitesche Formen . . . . .	123
10.2	Affine und isometrische Abbildungen . . . . .	125
10.3	Quadriken . . . . .	126