

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

5

I Funktionen

11

1	Einführung in Funktionen	11
1.1	Das rechtwinklige Koordinatensystem	12
1.2	Abhängigkeiten und grafische Darstellung	15
1.3	Definition einer Funktion	17
2	Polynomfunktionen (Ganzrationale Funktionen)	22
2.1	Lineare Funktionen	22
2.1.1	Einführung	23
2.1.2	Die Steigung einer Geraden	25
2.1.3	Punktprobe	29
2.1.4	Aufstellen von Geradengleichungen	30
2.1.5	Schnittpunkte	34
2.1.6	Modellierung und anwendungsorientierte Aufgaben	43
2.2	Quadratische Funktionen	47
2.2.1	Einführungsbeispiel	48
2.2.2	Von der Normalparabel zur allgemeinen Parabel	49
2.2.3	Quadratische Gleichungen und geometrische Interpretation	56
2.2.4	Aufstellen von Parabelgleichungen	69
2.2.5	Modellierung und anwendungsorientierte Aufgaben	77
2.3	Polynomfunktionen höheren Grades	81
2.3.1	Potenzfunktionen	82
2.3.2	Polynomfunktionen 3. Grades – Einführung	84
2.3.3	Polynomfunktionen 4. Grades – Einführung	88
2.3.4	Polynomgleichungen und geometrische Interpretation	93
2.3.5	Aufstellen von Funktionstermen	109
2.3.6	Modellierung und anwendungsorientierte Aufgaben	117
3	Exponentialfunktionen	123
3.1	Einführungsbeispiele	124
3.2	Definition einer Exponentialfunktion	126
3.3	Die Euler'sche Zahl e	128
3.4	Exponentialfunktionen zur Basis e	129
3.5	Schaubilder von Exponentialfunktionen	131
3.6	Exponentialgleichungen und geometrische Interpretation	137
3.6.1	Der natürliche Logarithmus	137
3.6.2	Exponentialgleichungen	138
3.6.3	Bestimmung von gemeinsamen Punkten	142
3.7	Modellierung und anwendungsorientierte Aufgaben	147
3.7.1	Exponentielles Wachstum	147
3.7.2	Beschränktes Wachstum	153

4	Trigonometrische Funktionen	156
4.1	Einführungsbeispiele	157
4.2	Definition der Winkelfunktionen	158
4.2.1	Definition der Winkelfunktionen für Winkel von 0° bis 90°	158
4.2.2	Definition der Winkelfunktionen für beliebige Winkel	162
4.2.3	Das Bogenmaß eines Winkels	166
4.3	Trigonometrische Funktionen	167
4.3.1	Sinus- und Kosinusfunktion	167
4.3.2	Funktionen der Form $f(x) = a \sin(x) + b$ bzw. $f(x) = a \cos(x) + b$	168
4.3.3	Funktionen der Form $f(x) = a \sin(kx) + b$ bzw. $f(x) = a \cos(kx) + b$	172
4.4	Trigonometrische Gleichungen und geometrische Interpretation	177
4.4.1	Lösung von trigonometrischen Gleichungen	177
4.4.2	Gemeinsame Punkte	186
4.5	Modellierung und anwendungsorientierte Aufgaben	192

II Lineare Gleichungssysteme 196

1	Einführung	197
2	Umformung und Lösung eines linearen Gleichungssystems	199
2.1	Das LGS ist eindeutig lösbar	199
2.2	Das LGS ist unlösbar	203
2.3	Das LGS ist mehrdeutig lösbar	204
2.4	Anwendungen	210

III Differenzialrechnung 213

1	Ableitung von Funktionen	213
1.1	Änderungsrate	214
1.2	Definition der Ableitung	218
1.3	Ableitungsregeln	220
1.4	Ableitung und Steigung	229
1.5	Tangente	231
1.6	Senkrechtes Schneiden, Berühren	237
1.7	Grafisches Differenzieren	240
2	Kurvenuntersuchung	244
2.1	Monotonie	245
2.2	Extrempunkte	249
2.3	Wendepunkte	256
2.4	Aufgabenbeispiele zur Kurvenuntersuchung	265
2.5	Aufstellen von Kurvengleichungen aus gegebenen Bedingungen	271
3	Modellierung realer Probleme	280
3.1	Modellierung von Optimierungsproblemen	281
3.2	Modellierung von Wachstums- und Zerfallsprozessen	284
3.3	Modellierung in der Physik	287
3.4	Modellierung in der Kostentheorie	290

IV Integralrechnung 293

1	Einführung.....	294
2	Stammfunktion und unbestimmtes Integral	296
3	Das bestimmte Integral.....	308
4	Flächeninhaltsberechnung mithilfe der Integralrechnung.....	317
4.1	Fläche zwischen Kurve und x-Achse.....	317
4.2	Fläche zwischen zwei Kurven.....	324
4.3	Besondere Aufgabenstellungen bei der Flächeninhaltsberechnung	333
5	Anwendungen der Integralrechnung	340
5.1	Flächen in anwendungsorientierten Aufgaben.....	341
5.2	Weitere Anwendungen des Integrals in Natur, Technik und Wirtschaft.....	343

V Musteraufgaben 349

VI Grundwissen 353

1	Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen	353
2	Algebraische Begriffe und Vorübungen.....	354
2.1	Begriffe	354
2.2	Rechnen mit Summen und Differenzen	354
2.3	Rechnen mit Brüchen.....	356
2.4	Vereinfachung durch Ausklammern.....	357
2.5	Rechnen mit Potenzen	358
3	Gleichung und Gleichungssystem	360
3.1	Lineare Gleichungen.....	360
3.2	Lineare Gleichungssysteme	362
3.3	Quadratische Gleichungen	364

Anhang 368

Lösungen der Modellierungen und Tests.....	368
Lösungen der Aufgaben im Kapitel Grundwissen	389
Mathematische Zeichen	392
Stichwortverzeichnis	393
Abbildungsverzeichnis.....	396