

Inhaltsverzeichnis

1	Elementare Geometrie im Anschauungsraum $\mathbb{R}^3$	1
1.1	Vektoren im Anschauungsraum	1
1.2	Geraden und Ebenen	4
1.3	Abstände und Winkel	10
1.4	Das Kreuzprodukt	16
1.5	Übungen	21
2	Intermezzo	25
3	Von Gruppen, Ringen und Körpern	29
3.1	Algebraische Strukturen und Morphismen	30
3.2	Invertierbarkeit und Gruppen	36
3.3	Ringe und Polynome	44
3.4	Körper und die komplexen Zahlen	52
3.5	Nochmals Polynome	63
3.6	Übungen	68
4	Lineare Gleichungssysteme und Vektorräume	81
4.1	Lineare Gleichungssysteme und Gauß-Algorithmus	81
4.2	Vektorräume	87
4.3	Untervektorräume	92
4.4	Lineare Unabhängigkeit und Basen	100
4.5	Direkte Summen und Produkte	111
4.6	Übungen	120
5	Lineare Abbildungen und Matrizen	131
5.1	Definition und erste Beispiele	131
5.2	Eigenschaften von linearen Abbildungen	136
5.3	Klassifikation von Vektorräumen	146
5.4	Basisdarstellung und Matrizen	149
5.5	Spezielle Matrizen und Normalformen	160
5.6	Dualraum	172
5.7	Übungen	179

6	Determinanten und Eigenwerte	201
6.1	Die symmetrische Gruppe S_n	201
6.2	Existenz und Eindeutigkeit der Determinante	206
6.3	Eigenschaften der Determinante	218
6.4	Eigenwerte und Diagonalisierung	234
6.5	Das charakteristische Polynom	241
6.6	Das Minimalpolynom und der Spektralsatz	249
6.7	Die Jordan-Normalform	268
6.8	Übungen	277
7	Euklidische und unitäre Vektorräume	293
7.1	Innere Produkte	293
7.2	Skalarprodukte	298
7.3	Norm und Orthogonalität	305
7.4	Orthonormalbasen	315
7.5	Isometrien und Klassifikation	320
7.6	Selbstadjungierte und normale Abbildungen	328
7.7	Der Spektralsatz für normale Abbildungen	339
7.8	Positivität	353
7.9	Die Polarzerlegung und ihre Varianten	366
7.10	Die Operatornorm und die Approximationszahlen	381
7.11	Übungen	393
Anhang A	Grundbegriffe der Logik	411
A.1	Aussagen und Junktoren	411
A.2	Beweisstrategien	413
A.3	Quantoren	415
A.4	Vollständige Induktion	416
A.5	Übungen	417
Anhang B	Mengen und Abbildungen	419
B.1	Der Begriff der Menge	419
B.2	Operationen mit Mengen	423
B.3	Relationen	427
B.4	Abbildungen	431
B.5	Verkettungen von Abbildungen	436
B.6	Mächtigkeit von Mengen	441
B.7	Übungen	443
	Literaturverzeichnis	447
	Sachverzeichnis	449