

Inhaltsverzeichnis

- 1 Arithmetik reeller Zahlen** **11**
 - 1.1 Die Addition 11
 - 1.2 Die Multiplikation 12
 - 1.3 Anwendungen der Rechenoperationen 14
 - 1.4 Der Wurzelbegriff 18
 - 1.5 Anordnung reeller Zahlen, Ungleichungen 20

- 2 Funktionen einer Veränderlichen** **23**
 - 2.1 Der Funktionsbegriff 23
 - 2.1.1 Zuordnungen zwischen Mengen 23
 - 2.1.2 Analytische und graphische Darstellung von Funktionen 24
 - 2.1.3 Monotonie und Beschränktheit 25
 - 2.1.4 Die Umkehrfunktion 27
 - 2.1.5 Verkettung von Funktionen 28
 - 2.2 Klassen von Funktionen 29
 - 2.2.1 Die konstante Funktion 29
 - 2.2.2 Die Signumfunktion 29
 - 2.2.3 Die lineare Funktion 30
 - 2.2.4 Die Betragsfunktion 31
 - 2.2.5 Die Potenzfunktion 33
 - 2.2.6 Die Reziprokfunktion 34
 - 2.2.7 Polynome 35
 - 2.2.8 Rationale Funktionen 40
 - 2.2.9 Die Exponential- und Logarithmusfunktion 41
 - 2.2.10 Trigonometrische Funktionen 44
 - 2.3 Anwendungen an Beispielen 51
 - 2.3.1 Polynome bei der Balkenbiegung 51
 - 2.3.2 Darlehen und Zinsen 52
 - 2.3.3 Vorwärts- und Rückwärtseinschneiden 55
 - 2.3.4 Polygonzugberechnung 56

- 3 Lineare Algebra** **58**
 - 3.1 Der Vektorraum $\mathbb{R}^n$ 58
 - 3.1.1 Definitionen, Beispiele 58
 - 3.1.2 Geometrische Darstellung im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ 61

3.1.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	62
3.1.4	Lineare Unterräume des $\mathbb{R}^n$	67
3.2	Matrizen	70
3.2.1	Definitionen, Beispiele	70
3.2.2	Rechenoperationen mit Matrizen	72
3.2.3	Der Rang einer Matrix	77
3.2.4	Die Inverse einer Matrix	79
3.3	Determinanten	79
3.3.1	Definition, Eigenschaften	80
3.3.2	Berechnung von Determinanten	81
3.3.3	Berechnung der Inversen	83
3.4	Lineare Gleichungssysteme	84
3.4.1	Definition	84
3.4.2	Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme	85
3.4.3	Der Gauß-Algorithmus	87
3.4.4	Die Regel von Cramer	92
3.4.5	Berechnung der Inversen	92
3.5	Eigenwerte und Eigenvektoren	93
3.5.1	Definition	94
3.5.2	Eigenwerte und Eigenvektoren reeller symmetrischer Matrizen	95
3.6	Anwendungen an Beispielen	97
3.6.1	Professor B. Tonstein und die Werkstoffe	97
3.6.2	Produktion von Einzelteilen	98
3.6.3	Berechnung von Stabkräften	99
3.6.4	Zerlegung einer Kraft	101
3.6.5	Schwerpunkt eines Punkt-Massen-Systems	101
3.6.6	Schwingungssystem	102
4	Vektorrechnung und Analytische Geometrie	104
4.1	Betrag eines Vektors, Projektion, Skalarprodukt	104
4.1.1	Der Betrag eines Vektors	104
4.1.2	Die Projektion	106
4.1.3	Das Skalarprodukt	107
4.1.4	Orthogonalität	108
4.1.5	Koordinatendarstellung des Skalarproduktes	109
4.1.6	Winkelmessung im $\mathbb{R}^n$	110
4.1.7	Das Vektorprodukt	112
4.1.8	Das Spatprodukt	115

INHALTSVERZEICHNIS

9

4.2

Analytische Geometrie der Ebene

116

4.2.1

Die Gerade

117

4.2.2

Kurven zweiter Ordnung

124

4.3

Analytische Geometrie des Raumes

132

4.3.1

Die Gerade

132

4.3.2

Die Ebene

138

4.4

Koordinatensysteme und Koordinatentransformationen

145

4.4.1

Ebene Koordinatensysteme

145

4.4.2

Räumliche Koordinatensysteme

146

4.4.3

Koordinatentransformationen

148

4.5

Anwendungen an Beispielen

152

4.5.1

Tangentenschnittpunkt

152

4.5.2

Kleinpunktberechnung

153

4.5.3

Schnittpunkt zweier Strecken

155

4.5.4

Absteckungsberechnungen

156

4.5.5

Mengenermittlung

157

5

Zahlenfolgen, Grenzwerte, Stetigkeit

159

5.1

Einführung, Definition

159

5.2

Monotonie und Beschränktheit von Zahlenfolgen

160

5.3

Konvergenz und Divergenz von Zahlenfolgen

164

5.4

Grenzwerte von Funktionen

169

5.5

Stetigkeit

171

5.6

Anwendungen an Beispielen

176

5.6.1

Noch einmal Zinsen

176

5.6.2

Stabilität eines Ziegelstapels und Zahlenfolgen

178

6

Differenzialrechnung für Funktionen einer Veränderlichen

181

6.1

Einführung

181

6.2

Ableitungsregeln

184

6.3

Höhere Ableitungen

187

6.4

Das Differenzial und Fehlerrechnung

188

6.5

Die Regel von l'Hospital

190

6.6

Kurvendiskussionen

193

6.6.1

Extremstellen

194

6.6.2

Monotonie

195

6.6.3

Krümmungsverhalten und Wendepunkte

196

6.7

Der Mittelwertsatz der Differenzialrechnung

199

6.8	Taylor-Polynome und Funktionsapproximation	200
6.9	Kurve, Tangente, Normale, Krümmung	204
6.10	Anwendungen an Beispielen	209
6.10.1	Berechnung der Biegelinie eines Balkens	209
6.10.2	Fahrbahnverziehung im Straßenbau	210
6.10.3	Kuppen- und Wannenausrundung im Straßenbau	212
6.10.4	Übergangsbogen und Überhöhungsrampen im Schienenbau	214
6.10.5	Berechnung von Punkten einer Klothoide	215
7	Integralrechnung für Funktionen einer Veränderlichen	218
7.1	Einführung	218
7.2	Obersumme, Untersumme, Zwischensumme	219
7.3	Das bestimmte Integral	220
7.4	Eigenschaften des bestimmten Integrals	222
7.5	Die Stammfunktion	225
7.6	Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	227
7.7	Das unbestimmte Integral	228
7.8	Integrationsmethoden	230
7.8.1	Integranden der Form f'/f	230
7.8.2	Partielle Integration	231
7.8.3	Substitutionsregel	232
7.9	Anwendungen der Integralrechnung	233
7.9.1	Berechnung der Bogenlänge	233
7.9.2	Flächenberechnung	236
7.9.3	Volumina und Mantelflächen von Rotationskörpern	238
7.9.4	Momente und Schwerpunkte	241
7.9.5	Berechnung von Schnittkräften am Balken	249
7.9.6	Überfälle im Wasserbau	251
	Literaturverzeichnis	253
	Sachwortverzeichnis	255