

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort	V
Danksagung	VII
Abbildungsverzeichnis	XIII
Tabellenverzeichnis	XV
1. Einleitung	1
2. Begriffsklärung: Stellenwert – Verständnis	3
2.1 Mathematische Definition von dezimalem Stellenwertsystem	3
2.2 Ausgewählte Theorien zur Klärung von Verständnis in der mathematikdidaktischen Forschung.....	4
2.2.1 Netzwerk von Informationsbestandteilen.....	5
2.2.2 Grundvorstellungen.....	6
2.2.3 Subjektive Erfahrungsbereiche.....	8
2.2.4 Zwischenfazit und Ausblick	10
3. Stellenwertverständnis als Gegenstand empirischer Forschung	11
3.1 Studien zur Beschreibung und Entwicklung von Stellenwertverständnis	11
3.1.1 Research and Development Related to Learning About Numerals for Whole Numbers, Ashlock (1978)	12
3.1.2 Encouraging thinking in mathematics, Kamii (1982).....	15
3.1.3 A developmental theory of number understanding, Resnick (1983).....	17
3.1.4 Understanding of Numeration in Primary School, Bednarz & Janvier (1982).....	20
3.1.5 Parts, Wholes, and Place Value: A Developmental View, Ross (1989) & Ergänzung durch Ross (1985)	23
3.1.6 Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction, Fuson, Wearne, Hiebert, Murray, Human, Oliver, Carpenter & Fennema (1997)	25
3.1.7 Zwischenfazit	28
3.2 Studien zu Auswirkungen von Stellenwertverständnis und Zusammenhängen	30
3.2.1 Instruction, Understanding, and Skill in Multidigit Addition and Subtraction, Hiebert & Wearne (1996)	31
3.2.2 An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition, Thompson & Bramald (2002)	33
3.2.3 Training in Place-Value Concepts Improves Children's Addition Skills, Ho & Cheng (1997)	35

3.2.4 Zwischenfazit.....	36
3.3 Studien zum Einfluss von Zahlwortsystemen auf Stellenwertverständnis	36
3.3.1 Comparisons of children's cognitive representation of number: China, France, Japan, Korea, Sweden, and the United States, Miura, Okamoto, Kim, Chang, Steere, & Fayol (1994).....	37
3.3.2 Whorf reloaded – Language effects on non-verbal number processing in 1st grade – a trilingual study, Pixner, Möller, Hermanova, Nürk und Kaufmann (2011)	39
3.3.3 Zwischenfazit	39
3.4 Zusammenfassung und Übersicht	40
4. Theoretische Darstellung der arithmetischen Inhalte zur Beschreibung von Stellenwertverständnis.....	43
4.1 Arithmetische Inhalte als Bestandteile zum Stellenwertverständnis	43
4.1.1 Zahlrepräsentation: Zahlzeichen.....	44
4.1.2 Zahlrepräsentation: Zahlwort.....	45
4.1.3 Zahlrepräsentation: Zahldarstellung	49
4.1.4 Stellenwertprinzip und Bündelungsprinzip im ZR 100	51
4.1.5 Übersetzungen zwischen Zahlrepräsentationen	53
4.1.6 Zwischenfazit	56
4.2 Vorkenntnisse zum Stellenwertverständnis	57
4.2.1 Zählen (bis 9 bzw. 12).....	57
4.2.2 Strukturieren	58
4.2.3 Nutzen der Teil-Ganzes-Beziehung.....	58
4.2.4 Bündeln.....	60
4.3 Modell zur Beschreibung von Stellenwertverständnis und Zwischenfazit	61
4.4 Anwendungsbereiche von Stellenwertverständnis.....	62
5. Typische Fehler, problematische Prozesse und Einflussfaktoren für Stellenwertverständnis.....	65
5.1 Fehler und problematische Prozesse innerhalb einer Zahlrepräsentation	65
5.1.1 Zahlwort.....	65
5.1.2 Zahlzeichen	66
5.2 Fehler und problematische Prozesse beim Übersetzen zwischen Zahlrepräsentationen	67
5.2.1 Materialspezifische Fehler.....	67
5.2.2 Materialunspezifische Fehler.....	68
5.3 Fehler repräsentationsübergreifend	70
5.4 Zusammenfassung	72
6. Formulierung der Forschungsfragen	75

7. Empirische Untersuchung im Bereich Stellenwertverständnis im Querschnittsdesign	79
7.1 Methode.....	79
7.2 Stichprobe.....	80
7.3 Durchführung der Interviews	81
7.4 Auswertung der Interviews	82
7.5 Auswertungen der empirischen Ergebnisse	83
7.5.1 Empirische Ergebnisse: Anwendungsbereich von SWV	85
7.5.2 Empirische Ergebnisse: Zahlzeichen	96
7.5.3 Empirische Ergebnisse: Zahlwort	102
7.5.4 Empirische Ergebnisse: Zahldarstellung	128
7.5.5 Empirische Ergebnisse: Stellenwertprinzip und Bündelungsprinzip ...	132
7.5.6 Empirische Ergebnisse: Übersetzungen zwischen Zahlrepräsentationen	155
7.5.7 Empirische Ergebnisse: Vorkenntnisse zum Stellenwertverständnis ...	194
8. Gesamtinterpretation der Ergebnisse.....	205
8.1 Beschreibung markanter Aspekte zum Stellenwertverständnis.....	205
8.1.1 Zahlendreher – repräsentationsübergreifend	205
8.1.2 Zehner – als Begriff und in der Zahlvorstellung	207
8.1.3 Differenzierung semantischer und syntaktischer Ebene	209
8.1.4 Qualität von Übersetzungen zwischen Zahlrepräsentationen und dessen Zusammenhang mit der Vorkenntnis Strukturieren	210
8.2 Zuordnung der aufgetretenen Fehler zu möglichen Ursachen	212
8.3 Mögliche Beschreibung von Stellenwertverständnis für den deutschen Sprachraum.....	217
8.3.1 Beschreibung auf empirischer Basis.....	218
8.3.2 Mögliche Definition von Stellenwertverständnis	221
8.3.3 Begründung der Theoriewahl zum Verständnisbegriff.....	222
8.3.4 Entwicklung von Stellenwertverständnis	224
9. Zusammenfassung und Ausblick.....	233
10. Literaturverzeichnis.....	237