

Inhalt

I. Einleitung	8
II. Grundlagen der Analysis	13
1. Entwicklungsgeschichte der reellen Zahlen	13
2. Der Körper \mathbb{R} der reellen Zahlen	16
2.1. Regeln und Sätze über reelle Zahlen	
2.2. Dekadische und dyadische Zahldarstellung	
2.3. Intervallschachtelung	
2.4. Sammlung nützlicher Formeln	
2.4.1. Binomische Formel	
2.4.2. Summenformeln	
2.4.3. Bernoullische Ungleichung	
2.5. Grenzwerte von Folgen und Reihen	
2.5.1. Konvergenz von Folgen	
2.5.2. Unendliche Reihen	
3. Aufgaben	53
III. Elementarfunktionen	59
1. Allgemeine Eigenschaften reeller Funktionen	59
2. Polynome	66
2.1. Definition	
2.2. Horner-Schema	
2.3. Interpolationsproblem für Polynome	
2.4. Tschebyscheffsche Polynome	
3. Rationale Funktionen	75
4. Wurzelfunktionen	77
4.1. Definition und Eigenschaften der Wurzelfunktionen	
4.2. Näherungsverfahren zur Bestimmung von $\sqrt[k]{y}$	
4.2.1. Näherung durch Intervallschachtelung	
4.2.2. Effektives Näherungsverfahren	
5. Exponentialfunktion, Logarithmus und Potenzfunktion	82
5.1. Definition von Exponentialfunktion, Logarithmus und Potenzfunktion	
5.2. Charakterisierung wichtiger Elementarfunktionen durch Funktionalgleichungen	
5.3. Reihendarstellung der Exponentialfunktion	
5.4. Näherungsverfahren	

5.5.Geschichtliche Anmerkung zum Logarithmus	
6.Trigonometrische Funktionen	98
6.1.Definition von Sinus und Cosinus	
6.1.1.Geometrische Definition	
6.1.2.Geschichtliche Anmerkung zur Reihenentwicklung von sinus und cosinus	
6.1.3.Alternative Definition von sinus und cosinus	
6.2.Tangens und Cotangens	
6.3.Arcus-Funktionen	
6.4.Näherungsverfahren für trigonometrische Funktionen	
6.5.Historisches zu Sinus und Cosinus	
7.Elementarfunktionen als Bausteine weiterer Funktionen	115
7.1.Addition, Multiplikation und Hintereinanderschaltung von Funktionen	
7.2.Intervallweise Definition von Funktionen	
7.3.Grenzwerte von Funktionen	
8.Der Körper der komplexen Zahlen	121
8.1.Historisches	
8.2.Anschauliche Konstruktion	
8.3.Definitionen	
8.4.Einsatz komplexer Zahlen zur Polynombruchzerlegung	
8.4.1.Zerlegung von Polynomen in Linearfaktoren	
8.4.2.Partialbruchzerlegung	
8.5.Folgen und Reihen komplexer Zahlen	
8.6.Exponentialfunktion im Komplexen	
8.6.1.Eigenschaften der komplexen Exponentialfunktion	
8.6.2.Zusammenhang zwischen komplexer e-Funktion und trigonometrischen Funktionen	
8.7.Polarkoordinatendarstellung	
8.8.Anhang zu Kapitel 3	
8.8.1.Nachtrag zu 8.6.2.	
8.8.2.Vietas Wurzelsatz für quadratische Gleichungen	
8.8.3.Skizze der Herleitung von Cardanos Formel	
9. Aufgaben	139
IV. Infinitesimalrechnung	145
1.Differenziation	145
1.1.Definitionen und Sätze	
1.2.Differenziation als Mittel zur Beschreibung des Wachstumsverhal- tens von Funktionen	

2. Integration	157
2.1. Definitionen und Sätze	
2.2. Zusammenhang zwischen Differentiation und Integration	
2.3. Integrationstechniken	
2.3.1. Partialbruchzerlegung	
2.3.2. Vereinfachung von Integralen über Cosinus-Polynomen	
2.3.3. Vereinfachung von Integralen über rationale Cosinus – Ausdücke	
3. Taylor'sche Entwicklung	180
3.1. Einführung	
3.2. Definitionen und Sätze	
4. Iterationsverfahren	184
4.1. Iterative Lösung von $f(x) = x$ mit dem Fixpunktsatz	
4.2. Newtonsches Verfahren	
4.3. Geschichtliche Notiz zum Thema Differenzengleichung	
5. Einfache Differentialgleichungen	194
5.1. Differentialgleichungen mit getrennten Variablen	
5.2. Differentialgleichungen der Form $y'' = f(y)$	
6. Aufgaben	202
 V. Erweiterung des Funktionenkatalogs	209
1. Bessel-Funktionen und elliptische Funktionen	209
1.1. Beschreibung elementarer Funktionen durch charakteristische Differentialgleichungen	
1.2. Besselfunktionen erster Art	
1.2.1. Einführung	
1.2.2. Definitionen und Sätze	
1.3. Elliptische Funktionen	
2. Mengen und Abbildungen	221
2.1. Mengen und ihre Verknüpfung	
2.2. Abbildungen	
3. Anhang zu 2.	247
3.1. Konstruktion der Menge der natürlichen Zahlen	
3.2. Konstruktion des Körpers der reellen Zahlen	
4. Aufgaben	255
 VI. Anwendungen	259
1. Anwendungen der Elementarmathematik	259
1.1. Summenformeln und Polynomrechnung	
1.2. Trigonometrische Funktionen	

1.3.Komplexe Zahlen	
2.Anwendungen der Infinitesimalrechnung	275
2.1.Tangentenproblem	
2.2.Extrempunktbestimmung und Optimierung	
2.3.Taylorsche Entwicklung	
2.4.Spektralanalyse	
2.5.Mechanik	
2.5.1.Herleitung der Galileischen Bewegungsgesetze	
2.5.2.Herleitung der Bewegungsgleichungen für Planeten	
2.5.3.Herleitung des zweiten Kepler'schen Gesetzes	
2.5.4.Herleitung des ersten Kepler'schen Gesetzes	
2.5.5.Pendelbewegung	
2.5.6.Huygens Zykloidenpendel	
2.5.7.Die schwingende Saite	
2.5.8.Seilschwingungen	
3.Aufgaben	322
VII. Lösungen zu den Aufgaben	325
1.Lösungen zu Kap.II	325
2.Lösungen zu Kap.III	341
3.Lösungen zu Kap.IV	354
4.Lösungen zu Kap.V	374
5.Lösungen zu Kap.VI	384
Literaturverzeichnis	393
Namens-und Sachverzeichnis	395