

Inhalt

1	Mengen	9
1.1	Der Begriff der Menge	9
1.2	Das Prinzip der Mengenbildung	10
1.3	Zum Stufenaufbau der Mengenlehre	12
1.4	Das Prinzip der Mengengleichheit	14
1.5	Endliche und unendliche Mengen	16
1.6	Logische und mengentheoretische Zeichen	18
1.7	Mengenalgebra	20
1.7.1	Inklusion (Teilmengenbeziehung).	20
1.7.2	Eigenschaften der Inklusion	24
1.7.3	Durchschnitt und Vereinigung	26
1.7.4	Symmetrische Differenz, Differenz und Komplement	28
1.7.5	Geordnetes Paar und kartesisches Produkt	30
1.7.6	Weitere Eigenschaften der Inklusion	34
1.7.7	Venn-Diagramme	36
1.7.8	Eigenschaften der Mengenoperationen	38
1.7.9	Duale Eigenschaften in der Mengenalgebra	44
1.7.10	Durchschnitt und Vereinigung von Mengensystemen	46
1.8	Zahlbereiche	48
1.8.1	Natürliche Zahlen	48
1.8.2	Gebrochene Zahlen	49
1.8.3	Rationale Zahlen	50
1.8.4	Ganze Zahlen	51
1.8.5	Reelle Zahlen	51
1.8.6	Komplexe Zahlen	53
1.8.7	Maschinenzahlen	53
2	Relationen	54
2.1	Der Begriff der n-stelligen Relation	54
2.2	Zweistellige Relationen in einer Menge	56
2.2.1	Verknüpfungen zweistelliger Relationen	58
2.2.2	Relationsgraphen und Pfeildiagramme	60
2.2.3	Eigenschaften zweistelliger Relationen	62
2.2.4	Abhängigkeiten zwischen Eigenschaften zweistelliger Relationen	68
2.3	Spezielle Relationen	72
2.3.1	Äquivalenzrelationen	72
2.3.2	Ordnungsrelationen	82
2.3.3	Teilbarkeit und \leq -Relation	88

3	Funktionen	92
3.1	Der Begriff der Funktion	92
3.2	Funktionen als spezielle Relationen	96
3.3	Ausblick auf Funktionen, die mehrstellig oder zweiseitig sind	98
3.4	Binäre Operationen	100
3.4.1	Operationstabellen und Cayley-Diagramme	102
3.4.2	Gruppenoperationen	104
3.4.3	Rechenoperationen	106
3.4.4	Mittelwerte	114
3.5	Kapriolen der Null	120
3.5.1	0 durch 0 (Division)	120
3.5.2	0 teilt 0 (Teilbarkeit)	121
3.5.3	0 hoch 0 (Potenzieren)	122
3.6	Nullstellen von Funktionen	124
3.6.1	Graphisches Lösen von Gleichungen	124
3.6.2	Regula Falsi	124
3.7	Monotone Funktionen	126
3.8	Eineindeutige Funktionen	128
3.9	Gerade und ungerade Funktionen	130
3.10	Periodische Funktionen	130
3.11	Beschränkte Funktionen, Maximum und Minimum	132
3.12	Potenzfunktionen	134
3.13	Ganzrationale Funktionen	136
3.14	Rationale Funktionen	138
3.15	Exponential- und Logarithmusfunktionen	140
3.16	Winkelfunktionen oder Trigonometrische Funktionen	142
3.17	Funktionale Charakterisierungen einiger Funktionen	146
3.17.1	Eine funktionale Charakterisierung der direkten Proportionalitäten	146
3.17.2	Eine funktionale Charakterisierung der Exponentialfunktionen	147
3.17.3	Eine funktionale Charakterisierung der Logarithmusfunktionen	147
3.17.4	Eine funktionale Charakterisierung der Potenzfunktionen	148
3.17.5	Eine funktionale Charakterisierung der Sinusfunktion	148
3.18	Operationen mit Funktionen	150
3.19	Ausblick auf Funktionen als Abbildungen	152
3.20	Ausblick auf (einstellige) komplexe Funktionen	154
Anhang A: Funktionen im Überblick		156
Anhang B: Gleichungen und Ungleichungen		158
Lösungen		167
Literatur		196
Namen- und Sachverzeichnis		197