

Inhaltsverzeichnis

Kurzzusammenfassung	ix
Abstract	xi
Abkürzungsverzeichnis	xxiii
Symbolverzeichnis	xxv
Einführung	1
Testen von Logikschaltungen	1
Testmethode - Stuck-at-0/1 Fehlermodell	2
Testbelegungen in der TVL-Arithmetik	3
Ziel dieser Arbeit	5
Aufbau der Dissertation	6
1 Mathematische Grundlagen	9
1.1 Boolesche Algebra - BA	9
1.2 Mengenalgebra - MA	10
1.2.1 Die Leere Menge $\emptyset$	11
1.2.2 Die Teilmenge $\subseteq$ und die echte Teilmenge $\subset$	11
1.2.3 Gleichheit der Mengen $=$	12
1.2.4 Vereinigungsmenge $\cup$	12
1.2.5 Die Schnittmenge $\cap$	13
1.2.6 Das Komplement $\neg$	13
1.2.7 Die Differenzmenge $\setminus$	14
1.2.8 Die symmetrische Differenz Δ	14
1.2.9 Das Komplement der symmetrischen Differenz $\bar{\Delta}$	15
1.2.10 Gesetzmäßigkeiten	15
1.3 Aussagenlogische Algebra - AA	17
1.4 Schaltalgebra - SA	18
1.4.1 Boolesche Funktion (Schaltfunktion)	18
1.4.1.1 Minterm (Produktterm)	18
1.4.1.2 Maxterm (Klausel)	19
1.4.1.3 Standardformen	19
1.4.2 Grundregeln der Schaltalgebra	20
1.4.2.1 Grundregeln der Antivalenzform	22
1.4.2.2 Grundregeln der Äquivalenzform	24
1.4.3 Abbildung in Karnaugh-Veitch Diagramme	25
1.4.3.1 Abbildung der DNF	26

xiii

1.4.3.2	Abbildung von KNF	26
1.4.3.3	Abbildung der ANF	27
1.4.3.4	Abbildung der ENF	27
1.5	Logikgatter	28
2	Rechnertechnische Grundlagen	31
2.1	Bestimmung der Komplexität von Algorithmen	31
2.1.1	Algorithmische Laufzeitanalyse	31
2.1.1.1	Angewendetes Testsystem	33
2.1.1.2	Messsoftware	34
2.1.2	Theoretische Laufzeitanalyse	35
2.1.2.1	O -Notation	37
2.2	Programmablaufplan PAP	39
3	Ternär-Vektor-Liste (TVL)	43
3.1	Definition und Aufbau	43
3.2	TVL aller Standardformen	45
3.2.1	D(f) - Disjunktive Normalform	45
3.2.2	K(f) - Konjunktive Normalform	47
3.2.3	A(f) - Antivalenznormalform	49
3.2.4	E(f) - Äquivalenznormalform	50
3.3	TVL-Arithmetik	52
3.3.1	Resolvieren zweier TVen	52
3.3.2	Separieren eines TVs	53
3.3.3	Verunden von TVen	53
3.3.4	Verodern von TVen	54
3.4	Datenstrukturen zur TV und TVL mit Komplexitätsklassen	54
4	Das Boolesche Differentialkalkül	57
4.1	Partielle Ableitung	57
4.1.1	Einfache partielle Ableitung	57
4.1.2	Mehrfache partielle Ableitung	59
4.2	Differential	60
4.3	Differential in der TVL-Arithmetik	62
4.3.1	Darstellung in TVL	62
4.3.2	Berechnung in TVL	62
5	Bekannte algorithmische Methoden der Orthogonalisierung	67
5.1	Eigenschaft der Orthogonalität	67
5.2	Methoden zur Orthogonalisierung von DNF	69
5.2.1	$ORTH_{[m1]}$ - Orthogonalisierung nach [17]	69
5.2.1.1	Algorithmus A_1 : <i>torth</i>	69
5.2.1.2	Algorithmus A_2 : <i>orth1</i>	70
5.2.1.3	Algorithmus A_3 : $ORTH$	71
5.2.2	$ORTH_{[m2]}$ - Orthogonalisierung nach [82]	72
5.2.2.1	Algorithmus B_1 : Test auf Orthogonalität	72

5.2.2.2	Algorithmus B_2 : Vorbereitung zur Orthogonalisierung . . .	73
5.2.2.3	Algorithmus B_3 : Orthogonalisieren zweier TVen	74
5.2.2.4	Algorithmus B_4 : Orthogonalisieren einer TVL	75
5.2.3	$ORTH[m3]$ - Orthogonalisierung nach [30]	77
5.2.3.1	Algorithmus C: Rekursiver Aufruf	77
6	Neue orthogonalisierende operative Methoden	81
6.1	Die orthogonalisierende Differenzbildung $\ominus$	81
6.1.1	Differenzbildung aus der Mengenlehre	82
6.1.2	Methode der orthogonalisierenden Differenzbildung	83
6.1.3	Analyse der neuen Methode	88
6.1.3.1	Mathematischer Vergleich	88
6.1.3.2	Vergleich der Rechenzeiten	89
6.1.3.3	Vergleich auf Komplexität	92
6.1.3.4	Vergleich auf Speicherplatzanforderung	93
6.1.4	Anwendungen der orthogonalisierenden Differenzbildung	95
6.1.4.1	Orthogonalisierende Differenzbildung zweier Funktionen .	95
6.1.4.2	Orthogonalisierende Differenzbildung einer Funktion mit einem Produktterm	98
6.1.4.3	Orthogonale Negierte einer Funktion	99
6.1.4.4	Orthogonale Antivalenz zweier Funktionen	100
6.1.4.5	Orthogonale Äquivalenz zweier Funktionen	103
6.2	Das orthogonalisierende Verodern $\oslash$	106
6.2.1	Vereinigung aus der Mengenlehre	106
6.2.2	Methode des orthogonalisierenden Veroderns	107
6.2.3	Analyse der neuen Methode	112
6.2.3.1	Mathematischer Vergleich	112
6.2.3.2	Vergleich der Rechenzeiten	112
6.2.3.3	Vergleich der Komplexität	114
6.2.3.4	Vergleich der Speicherplatzanforderung	115
6.2.4	Anwendungen des orthogonalisierenden Veroderns	115
6.2.4.1	Orthogonalisierendes Verodern zweier Funktionen	115
6.2.4.2	Orthogonalisierendes Verodern einer Funktion mit einem Produktterm	118
7	Neue Boolesche Methoden zur Orthogonalisierung einer DNF	121
7.1	Orthogonalisierung basierend auf der Methode der orthogonalisierenden Differenzbildung $\ominus$	121
7.1.1	Boolesche Gleichung	121
7.1.2	Rechentechnischer Algorithmus	124
7.2	Orthogonalisierung basierend auf der Methode des orthogonalisierenden Veroderns $\oslash$	127
7.2.1	Boolesche Gleichung	127
7.2.2	Rechentechnischer Algorithmus	129

8	Messungen und Analyse zu den neuen Methoden $ORTH[\ominus]$ und $ORTH[\oslash]$	131
8.1	Vergleich der Rechenzeit mit bekannten Methoden	132
8.2	Rechenzeit in Abhängigkeit der Unterfunktionen	136
8.3	Vergleich der Anzahl N_{orth} an TVen im orthogonalisierten TVL	140
8.4	Theoretischer Vergleich der Anzahl N_{DIFF} an TVen im differenzierten TVL	143
8.5	Vergleich der Anzahl an ausgeführten Operationen	147
	Zusammenfassung und Ausblick	148
	Zusammenfassung	149
	Ausblick	151
A	Mathematische Beweise	153
A.1	Differenzbildung	153
A.2	orthogonalisierende Differenzbildung	153
A.3	Verodern	153
A.4	orthogonalisierendes Verodern	153
A.5	Orthogonalisierung mit orthogonalisierender Differenzbildung	153
A.6	Orthogonalisierung mit orthogonalisierendem Verodern	153
B	Messergebnisse	161
B.1	Rechenzeiten bezüglich $orth_Diff$	162
B.2	Rechenzeiten bezüglich $orth_Union$	164
B.3	Rechenzeiten aller orthogonalisierender Methoden	165
B.4	Rechenzeiten in Abhängigkeit der Unterfunktionen	171
B.5	Anzahl der TVen in der orthogonalisierten TVL	177
	Literaturverzeichnis	183
	Publikationen des Autors	191
	Studentische Arbeiten	194
	Lebenslauf des Autors	195