

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Inhaltsverzeichnis	ix
Liste der Beispiele	xiii
1 Logik und Geometrie (oder: Wie wahr ist die Mathematik?)	1
1.1 Ein Beispiel: der Satz des Pythagoras	1
1.2 Alles beginnt mit den Axiomen	7
1.3 Logik	12
1.4 Beweistechniken	19
1.5 Zusätzliche Aufgaben	22
2 Mengenlehre (oder: Von Mengen und Unmengen)	25
2.1 Mengen und ihre Elemente	25
2.2 Mengenalgebra	30
2.3 Mengen und Quantoren	33
2.4 Zusätzliche Aufgaben	36
3 Die Axiome der Algebra (oder: Unendlich viele Zahlen)	39
3.1 Wie die Algebra in die Welt kam	39
3.2 Die Algebra der reellen Zahlen	41
3.3 Ungleichungen	46
3.4 Natürliche Zahlen und Induktion	48
3.5 Teilbarkeitslehre	54
3.6 Rechnen mit Resten	59
3.7 Zusätzliche Aufgaben	69
4 Kombinatorik und Grenzwerte (oder: Auf dem Weg ins Irrationale)	72
4.1 Das Summenzeichen	72
4.2 Zählen und Kombinieren	74
4.3 Das Problem der irrationalen Zahlen	86
4.4 Der Konvergenzbegriff	97
4.5 Reihen	104
4.6 Zusätzliche Aufgaben	107

5	Relationen, Funktionen, Abbildungen <i>(oder: Eins hängt vom anderen ab)</i>	110
5.1	Produkte und Relationen	110
5.2	Äquivalenzrelationen	114
5.3	Funktionen	117
5.4	Polynome und rationale Funktionen	122
5.5	Die Division mit Rest für Polynome	124
5.6	Injektivität und Surjektivität	127
5.7	Verknüpfungen und Umkehrabbildungen	132
5.8	Exponentialfunktion und Logarithmus	136
5.9	Die Mächtigkeit von Mengen	138
5.10	Gruppen	141
5.11	Zusätzliche Aufgaben	142
6	Grundlagen der Geometrie <i>(oder: Die Parallelität der Ereignisse)</i>	146
6.1	Schulgeometrie	146
6.2	Geraden und Lineale	147
6.3	Über die Lage von Punkten	150
6.4	Eichsysteme und Streckenverhältnisse	152
6.5	Die Parallelprojektion	153
6.6	Analytische Geometrie der Ebene	156
6.7	Der Begriff der Orthogonalität	164
6.8	Die euklidische Metrik	170
6.9	Ähnlichkeit, Kongruenz und Flächeninhalt	177
6.10	Zusätzliche Aufgaben	182
7	Trigonometrie <i>(oder: Allerlei Winkelzüge)</i>	185
7.1	Kreise, Winkel und Konstruktionen	185
7.2	Winkelfunktionen	190
7.3	Bewegungen	198
7.4	Zusätzliche Aufgaben	202
8	Vektorrechnung <i>(oder: Das Parallelogramm der Kräfte)</i>	206
8.1	Der Vektorbegriff	206
8.2	Vektorräume	209
8.3	Vektoren in Koordinatenschreibweise	212
8.4	Lineare Unabhängigkeit	214
8.5	Geraden und Ebenen	217
8.6	Länge und Winkel	221
8.7	Die Hesse'sche Normalform	224
8.8	Lineare Gleichungssysteme	227
8.9	Das Vektorprodukt	236

8.10	Zusätzliche Aufgaben	245
9	Grenzwerte von Funktionen (oder: Extremfälle)	248
9.1	Die Entdeckung des Infinitesimalen	248
9.2	Die Ableitung	252
9.3	Topologie und Stetigkeit	256
9.4	Differenzierbarkeit	265
9.5	Kurvenanalyse	273
9.6	Der Zaubertrick des Marquis de l'Hospital	276
9.7	Zusätzliche Aufgaben	277
10	Integrale und Stammfunktionen (oder: Die Kunst des Integrierens)	281
10.1	Das Riemann'sche Integral	281
10.2	Stammfunktionen	284
10.3	Logarithmus und Exponentialfunktion	287
10.4	Die Bestimmung von Stammfunktionen	292
10.5	Zusätzliche Aufgaben	297
11	Komplexe Zahlen (oder: Imaginäre Welten)	299
11.1	Gleichungen dritten Grades	299
11.2	Komplexe Zahlen	301
11.3	Polarkoordinaten	303
11.4	Komplexe Polynome	306
11.5	Komplexe Zahlen in der Geometrie	308
11.6	Die Quaternionen	309
11.7	Zusätzliche Aufgaben	310
12	Lösungen	313
	Literaturverzeichnis	392
	Index	394