

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Symbole und Notationen	xiii

1 Einleitung und Grundlagen

1.1 Numerische Mathematik	1
1.2 Lineare Algebra	4
1.3 Vektornormen und Matrixnormen	7
1.4 Konvexe Mengen und Funktionen	10
1.5 Komplexität eines Algorithmus	13
1.6 Genauigkeit einer Approximation.	14

2 Nichtlineare Gleichungssysteme

2.1 Fixpunktiteration	17
2.2 Banach'scher Fixpunktsatz	20
2.3 Newton-Verfahren.	27

3 Lineare Gleichungssysteme

3.1 Dreiecksmatrizen	33
3.2 Gauß-Verfahren	35
3.3 LU-Zerlegung	39

3.4	QR-Zerlegung	45
3.5	Cholesky-Zerlegung	52
3.6	Tridiagonalmatrizen	56
3.7	Iterative Verfahren	58
3.7.1	Jacobi-Verfahren	60
3.7.2	Gauß-Seidel-Verfahren	63
3.7.3	Numerische Ergebnisse	65
3.8	CG-Verfahren	69
3.9	Zusammenfassung	75

4 Eigenwertprobleme

4.1	Grundlagen	77
4.2	Vektoriteration	81
4.3	QR-Verfahren	83
4.4	Hessenberg-Zerlegung	87
4.5	QR-Zerlegung von Hessenberg-Matrizen	92
4.6	QR-Verfahren mit Hessenberg-Matrizen	96
4.7	QR-Verfahren mit Shifts	98
4.8	Anwendungsbeispiel Eigenfunktionen	104

5 Singulärwertzerlegung

5.1	Grundlagen	109
5.2	Bidiagonalisierung	112
5.3	Berechnung der Singulärwertzerlegung	118
5.4	Anwendungsbeispiel Bildkompression	121

6 Numerische Integration

6.1	Polynominterpolation	125
6.2	Polynomquadraturen	129

6.3	Zusammengesetzte Quadraturen	132
6.4	Romberg-Verfahren	135

7

Anfangswertprobleme

7.1	Grundlagen	139
7.2	Differenzialgleichungen höherer Ordnungen.	142
7.3	Lösbarkeit von Anfangswertproblemen	146
7.4	Exakte und diskrete Evolution.	148
7.5	Euler-Verfahren	153
7.6	Explizite Runge-Kutta-Verfahren.	156
7.7	Adaptive Schrittweitensteuerung	166
7.8	Anwendungsbeispiele.	173

8

Randwertprobleme

8.1	Grundlagen	179
8.2	Finite-Differenzen-Verfahren	182
8.2.1	Numerische Ableitungen.	183
8.2.2	Dirichlet-Randbedingungen	184
8.2.3	Neumann-Randbedingungen.	190
8.2.4	Robin-Randbedingungen	194
8.3	Finite-Elemente-Verfahren.	197
8.3.1	Triangulation von Gebieten	197
8.3.2	Herleitung der grundlegenden Gleichungen	199
8.3.3	Dirichlet-Randbedingung	203
8.3.4	Neumann-Randbedingung	208
8.3.5	Robin-Randbedingung	212
8.4	Delaunay-Triangulation.	216

9 Diskrete Fourier-Transformation

9.1 Diskrete Kosinustransformation 221

9.2 Zweidimensionale diskrete Kosinustransformation 229

9.3 Diskrete Fourier-Transformation 232

 9.3.1 Komplexe diskrete Fourier-Transformation 234

 9.3.2 Reelle diskrete Fourier-Transformation 238

9.4 Zweidimensionale diskrete Fourier-Transformation 243

Literatur 247

Sachverzeichnis 249