

# Inhalt

<b>Grußwort der Präsidentin der Kultusministerkonferenz</b> .....	12
---	----

<b>Teil 1: Erläuterungen zu den Bildungsstandards Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife</b> .....	15
--	----

<b>1. Zur Konzeption der Bildungsstandards Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife</b> (Werner Blum) .....	16
---	----

1 Bildungsstandards für die Sekundarstufe II .....	16
2 Die Bildungsstandards für das Fach Mathematik .....	18
2.1 Das Kompetenzstrukturmodell .....	18
2.2 Die Prozess-Dimension .....	20
2.3 Die Inhalts-Dimension .....	21
2.4 Die Anspruchs-Dimension .....	23
3 Kompetenzorientierter Mathematikunterricht .....	24
4 Zum Aufbau dieses Buches .....	27
Literaturverzeichnis .....	29

<b>2. Die Leitidee Algorithmus und Zahl</b> (Michael Kleine) .....	31
--	----

1 Einleitung .....	31
2 Entwicklung der Leitidee hin zur Hochschulreife .....	32
2.1 Kompetenzbereiche am Ende der Sekundarstufe I .....	32
2.2 Kompetenzentwicklung in der Sekundarstufe II .....	33
3 Prozesse mit Tupeln und Matrizen beschreiben .....	34
3.1 Matrizen zur Berechnung von Sachverhalten nutzen .....	34
3.2 Übergangsprozesse untersuchen .....	36
4 Über alle Grenzen hinaus .....	38
5 Fazit .....	39
Literaturverzeichnis .....	40

<b>3. Die Leitidee Messen</b> (Timo Leuders) .....	41
--	----

1 Zum Begriff des Messens .....	41
2 Messen durch infinitesimales Ausschöpfen .....	43
3 Messen durch Quotientenbildung .....	45
4 Messen im Rahmen des Koordinatisierens .....	46
5 Messen als Festlegung von statistischen Kerngrößen .....	48
6 Messen als Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten .....	49
7 Fazit .....	49
Literaturverzeichnis .....	50

<b>4. Die Leitidee Raum und Form</b> (Andreas Filler) . . . . .	51
1 Die Leitidee Raum und Form von der Primarstufe bis zur Sekundarstufe II . . . . .	51
2 Analytische Geometrie als vernetzendes Gebiet . . . . .	51
3 Der Begriff des Vektors . . . . .	52
4 Analytische Beschreibung geometrischer Objekte . . . . .	54
4.1 Beschreibung von Geraden und Ebenen durch Koordinaten- gleichungen und lineare Gleichungssysteme . . . . .	54
4.2 Parameterdarstellungen . . . . .	56
5 Vektoren und Parameterbeschreibungen beim Arbeiten mit geometrischen Objekten . . . . .	58
6 Fazit . . . . .	59
Literaturverzeichnis . . . . .	60
 <b>5. Die Leitidee funktionaler Zusammenhang</b> (Hans-Wolfgang Henn, Reinhard Oldenburg) . . . . .	61
1 Funktionales Denken . . . . .	61
2 Funktionen . . . . .	63
3 Funktionen als Gegenstände des Denkens und Argumentierens . . . .	65
4 Beispiele . . . . .	66
5 Fazit . . . . .	70
Literaturverzeichnis . . . . .	71
 <b>6. Die Leitidee Daten und Zufall</b> (Rolf Biehler, Andreas Eichler) . . .	72
1 Einleitung . . . . .	72
2 Daten als Grundlage der Leitidee . . . . .	73
3 Modellieren mehrstufiger zufälliger Vorgänge . . . . .	74
4 Verteilungen . . . . .	77
5 Schätzen und Testen . . . . .	78
6 Fazit . . . . .	81
Literaturverzeichnis . . . . .	82
 <b>7. Die Kompetenz mathematisch Argumentieren</b> (Stefan Ufer, Jürg Kramer) . . . . .	83
1 Einleitung . . . . .	83
2 Anforderungen mathematischen Argumentierens . . . . .	84
3 Mathematisches Argumentieren in der Sekundarstufe II . . . . .	86
3.1 Spezifische Zielbereiche in der Sekundarstufe II . . . . .	86
3.2 Mathematisches Argumentieren als Unterrichtsaktivität . . . . .	91
4 Ausblick und Implikationen . . . . .	93
Literaturverzeichnis . . . . .	94

## 8. Die Kompetenz mathematisch Modellieren

(Gabriele Kaiser, Peter Stender) . . . . .	95
1 Einleitung . . . . .	95
2 Stellenwert des Modellierens für den Mathematikunterricht . . . . .	96
2.1 Modellieren in den Bildungsstandards . . . . .	96
2.2 Ziele des Modellierens und Gründe für dessen Integration in den Mathematikunterricht . . . . .	97
3 Modellierungskompetenzen und ihre Förderung . . . . .	99
3.1 Die Tätigkeit des mathematischen Modellierens. . . . .	99
3.2 Teilkompetenzen des Modellierens . . . . .	100
3.3 Arten von Modellierungsaufgaben . . . . .	101
3.4 Ein Beispiel für eine Modellierungsaufgabe. . . . .	102
3.5 Einstellungen von Schülerinnen und Schülern zum Modellieren . . .	104
4 Einbindung des Modellierens in den Unterricht. . . . .	105
Literaturverzeichnis . . . . .	105

## Teil 2: Konzeptionelle Fragen zu den Bildungsstandards Mathematik . . . . . 107

## 9. Mathematisches Grundwissen und Grundkönnen in der Sekundarstufe II (Regina Bruder, Nora Feldt-Caesar,

Andreas Pallack, Guido Pinkernell, Alexander Wynands) . . . . .	108
1 Einleitung. . . . .	108
2 Begriffliche Klärungen . . . . .	109
3 „Was man an Mathematik wissen und können sollte“ – drei Perspektiven . . . . .	112
4 Zur hilfsmittelfreien Verfügbarkeit mathematischen Grundwissens und Grundkönnens . . . . .	115
5 Grundwissen und Grundkönnen ausbilden und wachhalten. . . . .	117
5.1 Verständige und aspektreiche Zugänge schaffen. . . . .	117
5.2 Ausgewählte Inhalte transparent machen. . . . .	119
5.3 Situationsunabhängige, langfristige und hilfsmittelfreie Verfügbarkeit schaffen . . . . .	120
6 Entwicklungspotentiale und schulische Rahmenbedingungen . . . . .	122
Literaturverzeichnis . . . . .	123

<b>10. Der Beitrag der Bildungsstandards zum Übergang Sekundarstufe II – Universität</b> (Wolfgang Koepf, Jürg Kramer) . . . .	125
1 Einleitung. . . . .	125
2 Anforderungen an Hochschuleseite . . . . .	126
2.1 Vertiefung der Allgemeinbildung . . . . .	126
2.2 Wissenschaftspropädeutik . . . . .	127
2.3 Entwicklung einer allgemeinen Studierfähigkeit. . . . .	128
3 Die Chance der Abiturstandards . . . . .	218
3.1 Aspekte der Konkretisierung der Bildungsstandards . . . . .	129
3.2 Aspekte der schriftlichen Abiturprüfung . . . . .	130
Literaturverzeichnis . . . . .	131
 <b>11. Klausuren kompetenzorientiert analysieren und weiterentwickeln</b> (Christina Drücke-Noe) . . . . .	132
1 Einleitung. . . . .	132
2 Zur Aufgabenkultur im Unterricht und in Prüfungen. . . . .	133
2.1 Aufgabenkultur im Unterricht der Sekundarstufe II . . . . .	133
2.2 Aufgabenkultur in Klassenarbeiten und in Klausuren. . . . .	133
2.3 Normative Überlegungen zur Klausurgestaltung. . . . .	134
3 Klausuren analysieren und weiterentwickeln . . . . .	135
3.1 Kognitive Analyse der Teilaufgaben. . . . .	135
3.2 Der kognitive Anspruch einer Klausur. . . . .	136
3.2.1 Erstellung eines Kompetenzprofils. . . . .	137
3.2.2 Exemplarische Analyse einer (Teil-)Aufgabe . . . . .	137
3.2.3 Auswertung eines Kompetenzprofils . . . . .	138
3.3 Zielgerichtete Weiterentwicklung einer Klausur . . . . .	140
4 Schlussbemerkung . . . . .	142
Literaturverzeichnis . . . . .	143
 <b>12. Digitale Mathematikwerkzeuge sinnvoll integrieren</b> (Bärbel Barzel, Gilbert Greefrath) . . . . .	145
1 Grundlagen . . . . .	145
2 Ebenen der Veränderung beim Lernen und Lehren . . . . .	148
2.1 Veränderungen auf der Ebene der Aufgaben. . . . .	148
2.2 Veränderungen in Unterrichtsaufbau und –organisation . . . . .	151
3 Potenziale Probleme des digitalen Werkzeugeinsatzes im Unterricht. . . . .	152
3.1 Chancen und Möglichkeiten digitaler Werkzeuge . . . . .	153
3.2 Gefahren und Grenzen beim Einsatz digitaler Werkzeuge . . . . .	154
4 Digitale Werkzeuge in Prüfungen . . . . .	155
5 Fazit . . . . .	155
Literaturverzeichnis . . . . .	156

## **Teil 3: Zur Rolle von Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II** ..... 159

### **13. Aufgaben in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht** (Sabine Hammer, Stefan Ufer) ..... 160

1	Zur Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht. ....	160
2	Aufgaben in der Unterrichtsplanung – Potential erkennen .....	161
2.1	Aufgabenmerkmal Kompetenzorientierung .....	161
2.2	Aufgabenmerkmal Offenheit .....	162
2.3	Aufgabenmerkmal Differenzierung .....	163
2.4	Aufgabenmerkmal Authentizität .....	165
2.5	Ein Illustrationsbeispiel zu den Aufgabenmerkmalen .....	165
3	Aufgaben im Unterricht – Potential nutzen .....	166
3.1	Antizipieren von Lösungen .....	167
3.2	Beobachtung von Lösungsansätzen. ....	167
3.3	Auswahl, Anordnung und Vernetzung von Lösungsansätzen .....	168
4	Schlussbemerkung .....	168
	Literaturverzeichnis .....	169

### **14. Abituraufgaben im Sinne der Bildungsstandards** (Gaby Heintz, Christina Drücke-Noe, Gilbert Greefrath) ..... 171

1	Einführung und Grundlegung. ....	171
2	Abiturprüfungen im Kontext der Leistungsüberprüfung in der Sekundarstufe II. ....	172
3	Aufgaben schriftlicher Abiturprüfungen .....	173
3.1	Status Quo und normative Überlegungen. ....	173
3.2	Inhaltliche Vernetzung der Sachgebiete und die Berücksichtigung verschiedener Leitideen .....	174
4	Mündliche Prüfungsformen. ....	176
5	Die Rolle digitaler Werkzeuge in Prüfungen .....	176
5.1	Akzeptanz digitaler Werkzeuge .....	176
5.2	Digitale Werkzeuge in Prüfungsaufgaben .....	177
6	Qualitätsmerkmale von Prüfungsaufgaben .....	178
7	Fazit .....	178
	Literaturverzeichnis .....	179

### **15. Kompetenzen sichtbar machen durch diagnostische Aufgaben** (Timo Leuders) ..... 181

1	Was ist Diagnose im Mathematikunterricht? .....	181
2	Woran erkennt man diagnostische Aufgaben? .....	183
3	Wie erstellt man gute Diagnoseaufgaben? .....	186
4	Wie sieht diagnostischer Unterricht aus? .....	188
5	Fördersituationen .....	189
	Literaturverzeichnis .....	191

## 16. Intelligentes Üben im Mathematikunterricht

(Timo Leuders) . . . . .	192
1 Ziele und Formen des Übens . . . . .	192
2 Aufgabenformate für das intelligente Üben . . . . .	194
3 Differenzieren beim Üben . . . . .	199
4 Formen des Übens in der gymnasialen Oberstufe . . . . .	201
5 Fazit . . . . .	203
Literaturverzeichnis . . . . .	203

## 17. Grundsätzliches und Konkretes zu Aufgaben des Typs „Bestimme die Funktionsgleichung“ (Michael Neubrand) . . . . .

1 Zur Entstehung dieses Beitrags . . . . .	205
2 Die ursprüngliche Aufgabe . . . . .	206
3 Zum „Sinn“ der Bestimme-die-Funktionsgleichung-Aufgaben . . . . .	207
4 Die Absicht bei dieser Aufgabe und deren Unterlaufen im Lösungsprozess . . . . .	208
5 Ein Versuch der Weiterentwicklung der Aufgabe . . . . .	209
6 Einige weiterführende Aufgabenideen . . . . .	212
Literaturverzeichnis . . . . .	215

## 18. Die Aufgabe „Globe-Tower“: Einkleidung und Authentizität (Jürgen Kowalewski, Wolfgang Löding) . . . . .

1 Die Aufgabe und ihr didaktisches Potential im Rahmen der Bildungsstandards . . . . .	216
2 Das hyperbolische Modell . . . . .	219
2.1 Kanten und Querschnitte . . . . .	219
2.2 Ein Mietpreismodell . . . . .	220
2.3 Volumen und Oberfläche . . . . .	221
3 Das Modell „Twisted Tower“ . . . . .	223
4 Ergebnispräsentation . . . . .	226
Literaturverzeichnis . . . . .	228

## Teil 4: Zum Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II . . . . .

19. Von der Änderungsrate zum Bestand (Ursula Schmidt) . . . . .	230
1 Ziele des Unterrichtsvorhabens . . . . .	230
2 Sinnstiftung durch Kontexte . . . . .	231
3 Schüleraktivierung und selbstständiges Arbeiten . . . . .	233
4 Systematisieren und Verallgemeinern . . . . .	234
5 Werkzeugeinsatz . . . . .	236
6 Weiterarbeit . . . . .	236
Literaturverzeichnis . . . . .	237
Anhang: Aufgaben . . . . .	238

**20. Digitale Werkzeuge im Analysis-Unterricht**

(Hans-Jürgen Elschenbroich) . . . . .	244
1 Funktionen und funktionaler Zusammenhang . . . . .	244
2 Werkzeuge und Basisoperationen . . . . .	245
3 Angesprochene Leitideen . . . . .	246
4 Transformationen von Funktionen . . . . .	247
5 Von der Sekante zur Ableitungsfunktion . . . . .	248
6 Vom Kreis zur Krümmung . . . . .	250
7 Von der Unter-/Obersumme zur Integralfunktion . . . . .	251
8 Erforderliche Werkzeug-Fertigkeiten . . . . .	253
9 Fazit . . . . .	253
Literaturverzeichnis . . . . .	254

**21. Simulieren im Stochastikunterricht** (Rolf Biehler, Andreas Eichler,

Wolfgang Löding, Peter Stender) . . . . .	255
1 Einleitung . . . . .	255
2 Simulationen für eine elementare Begriffsbildung . . . . .	256
3 Simulation für eine erweiterte Begriffsbildung . . . . .	258
4 Simulationen in realitätsnahen Fragestellungen . . . . .	260
4.1 Die Flugbuchung analytisch . . . . .	261
4.2 Die Flugbuchung simulativ . . . . .	262
4.3 Komplexe Modellierung der Flugbuchung mit Simulation . . . . .	264
5. Rückblick . . . . .	265
Literaturverzeichnis . . . . .	266

**Anhang: Zur Aufgabensammlung auf der CD**

(Christina Drüke-Noe). . . . .	268
--------------------------------	-----