

Inhaltsverzeichnis

5 Funktionenräume	1
5.1 Funktionenräume	2
Algebraische und Ordnungsstrukturen auf Funktionenräumen, Räume stetiger und differenzierbarer Funktionen.	
5.2 Punktweise und gleichmäßige Konvergenz	4
Punktweise und gleichmäßige Konvergenz, Beispiele, Eigenschaften, die im Limes erhalten bleiben, Satz von DINI, punktweise Konvergenz ist nicht metrisierbar [◊] , Topologie der punktweisen Konvergenz [◊] .	
5.3 Der Raum CK	22
Supremumsnorm, CK ist vollständig, gleichgradige Stetigkeit, Satz von Arzelà-Ascoli.	
5.4 Vollständigkeit: Folgerungen	37
Banachscher Fixpunktsatz, Cantorscher Durchschnittssatz [◊] , Mengen erster und zweiter Kategorie [◊] , Bairescher Kategoriensatz [◊] , „fast alle“ stetigen Funktionen sind nirgendwo differenzierbar [◊] .	
5.5 Verständnisfragen	47
5.6 Übungsaufgaben	50
6 Integration	53
6.1 Definition des Integrals	58
Integration als Problem der Flächenmessung, Treppenfunktionen und ihr Integral, Riemann-Integral, Eigenschaften des Riemann-Integrals, Mehrfach-Integrale.	
6.2 Die Berechnung von Integralen	93
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, partielle Integration, Integration durch Substitution, Integration durch Partialbruchzerlegung.	
6.3 Erweiterungen der Integraldefinition	114
Das Integral für komplexwertige Funktionen, uneigentliche Integrale, Gamma-Funktion [◊] , Cauchyscher Hauptwert [◊] .	
6.4 Parameterabhängige Integrale	126
Partielle Ableitungen, Stetigkeit und Differenzierbarkeit parameterabhängiger Integrale, Differentiation unter dem Integral, gebrochene Ableitungen [◊] .	
6.5 L^p -Normen [◊]	140
L^1 -Norm, Halbnormen, L^p -Normen, Höldersche Ungleichung, Minkowskische Ungleichung.	

6.6	$\exp(x^2)$ hat keine „einfache“ Stammfunktion [◊]	149
	Problemstellung, der Satz von Liouville und Ostrowski, wann hat $f e^g$ eine einfache Stammfunktion?	
6.7	Verständnisfragen	162
6.8	Übungsaufgaben	164
7	Anwendungen der Integralrechnung	169
7.1	Faltungen und der Satz von Weierstraß	170
	Faltungen, Dirac-Folgen, Weierstraßscher Approximationssatz.	
7.2	Kurvendiskussion	180
	Charakterisierung konvexer Funktionen, Integralform des Restglieds in der Taylorformel, Mittelwertsatz der Integralrechnung.	
7.3	Sinus und Cosinus: der geometrische Ansatz	188
	Kurvenlänge, Winkel im Bogenmaß, der „geometrische“ Sinus.	
7.4	Die Laplacetransformation [◊]	193
	Laplacetransformation: Definition, Eigenschaften, Lösung von Anfangswertproblemen.	
7.5	Zahlentheorie [◊]	200
	Approximierbarkeit und algebraische Zahlen (Satz von Liouville), es gibt überabzählbar viele „konkrete“ transzendente Zahlen, e ist transzendent, π ist irrational, Quadratur des Kreises.	
7.6	Existenzsatz für Differentialgleichungen [◊]	213
	Transformation des Anfangswertproblems in eine Integralgleichung, Satz von Picard-Lindelöf.	
7.7	Verständnisfragen	221
7.8	Übungsaufgaben	222
8	Differentialrechnung im \mathbb{R}^n	225
8.1	Erinnerungen und Vorbereitungen	227
	Der \mathbb{R}^n als Vektorraum, Skalarprodukt, lineare Abbildungen von \mathbb{R}^n nach \mathbb{R} und von \mathbb{R}^n nach \mathbb{R}^m , Determinanten.	
8.2	Differenzierbarkeit, partielle Ableitungen	239
	Differenzierbarkeit für Funktionen mehrerer Veränderlicher, eine hinreichende Bedingung (Existenz und Stetigkeit der partiellen Ableitungen), Gradient.	
8.3	Der Satz von Taylor im \mathbb{R}^n	252
	Höhere partielle Ableitungen, Satz von H.A. Schwarz, Nabla-Operator, Satz von Taylor, Mittelwertsatz, Richtungsableitungen, Lipschitzeigenschaft stetig differenzierbarer Abbildungen, Polynome in mehreren Veränderlichen.	
8.4	Extremwertaufgaben, Konvexität	267
	Lokale und globale Extremwerte, eine hinreichende Bedingung, Exkurs zu positiv definiten Matrizen, Charakterisierung lokaler Extremwerte, konvexe differenzierbare Funktionen [◊] .	
8.5	Vektorwertige differenzierbare Abbildungen	280
	Der allgemeine Differentiationsbegriff, eine hinreichende Bedingung, Jacobimatrix, Kettenregel, Lipschitz-Eigenschaft, höhere Ableitungen [◊] , differenzierbare Abbildungen zwischen Banachräumen [◊] .	

8.6 Der Satz von der inversen Abbildung 295
Beweis des Satzes im Spezialfall, lokal invertierbare Funktionen, der allgemeine Fall, Jacobideterminante, erste Anwendungen (Wurzeln und Logarithmen für komplexe Zahlen°, Satz von der offenen Abbildung).

8.7 Koordinatentransformationen 305
Koordinatentransformationen auf \mathbb{R} , der „lineare“ Blick, Polar-, Kugel- und Zylinderkoordinaten, Transformation von Differentialgleichungen, Laplace-Operator in Polarkoordinaten°.

8.8 Der Satz über implizite Funktionen 314
Problemstellung, implizite Darstellung einer Funktion, implizite Darstellung von m Funktionen.

8.9 Extremwerte mit Nebenbedingungen 320
Problemstellung, Lagrange-Multiplikatoren, Beispiele.

8.10 Verständnisfragen 329

8.11 Übungsaufgaben 333

Mathematische Ausblicke 339

A.1 Das Lebesgue-Integral 339

A.2 Fourierreihen 346

A.3 Mehrfachintegrale 353

Anhänge 361

Englisch für Mathematiker 361

Literaturtipps 367

Lösungen zu den „?“ 369

Register 373

Inhalt von Band 1

1. Die Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen

- 1.1 Vorbemerkungen
- 1.2 Mengen
- 1.3 Algebraische Strukturen
- 1.4 Angeordnete Körper
- 1.5 Natürliche Zahlen, vollständige Induktion
- 1.6 Die ganzen und die rationalen Zahlen
- 1.7 Das Archimedesaxiom
- 1.8 Vollständigkeit
- 1.9 Von \mathbb{R} zu \mathbb{C}
- 1.10 Wie groß ist \mathbb{R} ?
- 1.11 Ergänzungen
- 1.12 Verständnisfragen
- 1.13 Übungsaufgaben

2. Folgen und Reihen

- 2.1 Folgen
- 2.2 Konvergenz
- 2.3 Cauchy-Folgen und Vollständigkeit
- 2.4 Unendliche Reihen
- 2.5 Ergänzungen
- 2.6 Verständnisfragen
- 2.7 Übungsaufgaben

3. Metrische Räume und Stetigkeit

- 3.1 Metrische Räume
- 3.2 Kompaktheit
- 3.3 Stetigkeit
- 3.4 Verständnisfragen
- 3.5 Übungsaufgaben

4. Differentiation (eine Veränderliche)

- 4.1 Differenzierbare Funktionen
- 4.2 Mittelwertsätze
- 4.3 Taylorpolynome
- 4.4 Potenzreihen
- 4.5 Spezielle Funktionen
- 4.6 Fundamentalsatz der Algebra, Differentialgleichungen
- 4.7 Verständnisfragen
- 4.8 Übungsaufgaben

Anhänge

- Computeralgebra
- Mathematik und neue Medien
- Die Internetseite zum Buch
- Griechische Symbole
- Lösungen zu den „?“
- Register