

Inhaltsverzeichnis

1. Die Maxwell'schen Gleichungen

1.1	Gradient, Rotation und Divergenz	1
1.2	Die Integralsätze im Fall des \mathbb{R}^3	7
1.3	Maxwell'sche Gleichungen in integraler Form	10
1.3.1	Das Induktionsgesetz	10
1.3.2	Das Gauß'sche Gesetz	12
1.3.3	Gesetz von Biot und Savart	14
1.3.4	Die Lorentz-Kraft	15
1.3.5	Die Kontinuitätsgleichung	16
1.4	Die Maxwell'schen Gleichungen in lokaler Form	20
1.4.1	Induktions- und Gauß'sches Gesetz	20
1.4.2	Lokale Form des Biot-Savart Gesetzes	21
1.4.3	Lokale Gleichungen in allen Maßsystemen	23
1.4.4	Die Frage der physikalischen Einheiten	24
1.4.5	Die elektromagnetischen Gleichungen im SI-System	26
1.4.6	Das Gauß'sche Maßsystem	28
1.5	Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	33
1.5.1	Einige Formeln aus der Vektoranalysis	33
1.5.2	Konstruktion eines Vektorfeldes aus seinen Quellen und Wirbeln	38
1.5.3	Skalare Potentiale und Vektorpotentiale	40
1.6	Phänomenologie der Maxwell'schen Gleichungen	44
1.6.1	Die Grundgleichungen und ihre Interpretation	44
1.6.2	Zusammenhang der Verschiebung mit dem elektrischen Feld	47
1.6.3	Zusammenhang zwischen Induktions- und magnetischem Feld	50
1.7	Statische elektrische Zustände	53
1.7.1	Poisson- und Laplace-Gleichung	53
1.7.2	Flächenladungen, Dipole und Dipolschichten	59
1.7.3	Typische Randwertprobleme	62
1.7.4	Multipolentwicklung von Potentialen	66
1.8	Stationäre Ströme und statische magnetische Zustände	78
1.8.1	Poisson-Gleichung und Vektorpotential	79
1.8.2	Magnetische Dipoldichte und magnetisches Moment	80
1.8.3	Felder von magnetischen und elektrischen Dipolen	83
1.8.4	Energie und Energiedichte	87
1.8.5	Ströme und Leitfähigkeit	90

2. Symmetrien und Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen

2.1	Die Maxwell'schen Gleichungen im festen Bezugssystem	91
2.1.1	Drehungen und diskrete Raum-Zeittransformationen	92
2.1.2	Die Maxwell'schen Gleichungen und äußere Formen	96

2.2	Lorentz-Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen	111
2.2.1	Poincaré- und Lorentz-Gruppe	113
2.2.2	Relativistische Kinematik und Dynamik	116
2.2.3	Lorentz-Kraft und Feldstärkentensorfeld	119
2.2.4	Kovarianz der Maxwell'schen Gleichungen	121
2.2.5	Eichinvarianz und Potentiale	125
2.3	Felder einer gleichförmig bewegten Punktladung	128
2.4	Lorentz-invariante äußere Formen und die Maxwell'schen Gleichungen	132
2.4.1	Feldstärkentensor und Lorentz-Kraft	133
2.4.2	Differentialgleichungen für die Zweiformen ω_F und $\omega_{\mathcal{F}}$	136
2.4.3	Potentiale und Eichtransformationen	139
2.4.4	Verhalten unter den diskreten Transformationen	140
2.4.5	* Kovariante Ableitung und Strukturgleichung	141

3. Die Maxwell-Theorie als klassische Feldtheorie

3.1	Lagrangefunktion und Symmetrien bei endlich vielen Freiheitsgraden	143
3.1.1	Satz von Noether bei strikter Invarianz	145
3.1.2	Verallgemeinerter Satz von Noether	145
3.2	Lagrangedichte und Bewegungsgleichungen für eine Feldtheorie	152
3.3	Lagrangedichte für das Maxwell-Feld mit Quellen	157
3.4	Symmetrien und Noether'sche Erhaltungsgrößen	163
3.4.1	Invarianz unter einparametrischen Gruppen	163
3.4.2	Eichtransformationen an der Lagrangedichte	165
3.4.3	Invarianz unter Translationen	169
3.4.4	Interpretation der Erhaltungssätze	172
3.5	Wellengleichung und Green-Funktionen	176
3.5.1	Lösungen in nichtkovarianter Form	177
3.5.2	Lösungen der Wellengleichung in kovarianter Form	181
3.6	Abstrahlung einer beschleunigten Ladung	185

4. Einfache Anwendungen der Maxwell-Theorie

4.1	Ebene Wellen im Vakuum und in homogenen, nichtleitenden Medien	191
4.1.1	Dispersionsrelation und harmonische Lösungen	191
4.1.2	Vollständig polarisierte elektromagnetische Wellen	197
4.1.3	Beschreibung der Polarisation	200
4.2	Einfache strahlende Quellen	204
4.2.1	Typische Dimensionen strahlender Quellen	205
4.2.2	Beschreibung durch Multipolstrahlung	207
4.2.3	Der Hertz'sche Dipol	211
4.3	Brechung harmonischer Wellen	215
4.3.1	Brechungsindex und Winkelrelationen	215
4.3.2	Dynamik der Brechung und der Reflexion	217
4.4	Geometrische Optik, Linsen und negativer Brechungsindex	221
4.4.1	Optische Signale im Orts- und im Impulsraum	221
4.4.2	Geometrische Optik und dünne Linsen	224
4.4.3	Medien mit negativem Brechungsindex	227
4.4.4	Metamaterialien mit negativem Brechungsindex	234

4.5	Die Näherung achsennaher Strahlen	236
4.5.1	Helmholtz-Gleichung in paraxialer Näherung	236
4.5.2	Die Gauß-Lösung	237
4.5.3	Analyse der Gauß-Lösung	239
4.5.4	Weitere Eigenschaften des Gauß-Strahls	243

5. Lokale Eichtheorien

5.1	Klein-Gordon-Gleichung und massive Photonen	247
5.2	Die Bausteine der Maxwell-Theorie	251
5.3	Nicht-Abel'sche Eichtheorien	254
5.3.1	Die Strukturgruppe und ihre Lie-Algebra	255
5.3.2	Global invariante Lagrangedichten	261
5.3.3	Die Eichgruppe	262
5.3.4	Potentiale und kovariante Ableitung	263
5.3.5	Feldstärkentensor und Krümmung.....	266
5.3.6	Eichinvariante Lagrangedichten	269
5.3.7	Physikalische Interpretation	272
5.3.8	* Mehr über die Eichgruppe.....	275
5.4	Die U(2)-Theorie der elektroschwachen Wechselwirkungen	279
5.4.1	Eine U(2)-Eichtheorie mit masselosen Eichfeldern.....	280
5.4.2	Spontane Symmetriebrechung	282
5.4.3	Anwendung auf die U(2)-Theorie.....	287
5.5	Epilog und Ausblick	291

6. Klassische Feldtheorie der Gravitation

6.1	Phänomenologie der gravitativen Wechselwirkung	294
6.1.1	Parameter und Größenordnungen	294
6.1.2	Äquivalenzprinzip und Universalität.....	296
6.1.3	Rotverschiebung und andere Effekte der Gravitation	300
6.1.4	Vermutungen und weiteres Programm.....	304
6.2	Materie und nichtgravitative Felder	305
6.3	Raumzeiten als glatte Mannigfaltigkeiten	308
6.3.1	Mannigfaltigkeiten, Kurven und Vektorfelder	308
6.3.2	Einsformen, Tensoren und Tensorfelder.....	315
6.3.3	Koordinatenausdrücke und Tensorkalkül	318
6.4	Paralleltransport und Zusammenhang	326
6.4.1	Metrik, Skalarprodukt und Index.....	326
6.4.2	Zusammenhang und kovariante Ableitung.....	328
6.4.3	Torsions- und Krümmungs-Tensorfelder.....	332
6.4.4	Der Levi-Civita Zusammenhang	334
6.4.5	Eigenschaften des Levi-Civita Zusammenhangs	335
6.4.6	Geodäten auf semi-Riemann'schen Raumzeiten	338
6.4.7	Weitere Eigenschaften des Krümmungstensors	341
6.5	Die Einstein'schen Gleichungen	344
6.5.1	Energie-Impuls-Tensorfeld in gekrümmter Raumzeit	344
6.5.2	Ricci-Tensor, Krümmungsskalar und Einstein-Tensor.....	345
6.5.3	Die Grundgleichungen	347
6.6	Gravitationsfeld einer kugelsymmetrischen Massenverteilung ..	352
6.6.1	Die Schwarzschild-Metrik.....	353
6.6.2	Zwei beobachtbare Effekte.....	355
6.6.3	Schwarzschild-Radius als Ereignishorizont	362
6.7	Schlussbemerkungen	365

Historische Anmerkungen: Vier Schritte der Vereinigung.....	367
Aufgaben	371
Ausgewählte Lösungen der Aufgaben	379
Literatur.....	403
Sachverzeichnis	405
Namenverzeichnis.....	409