

Inhalt

Vorwort	5
 Grundlagen	 15
1.1 Die Zahlen	15
1.2 Arithmetische Grundoperationen	16
1.3 Rechenregeln	16
1.3.1 Reihenfolge der Operanden	16
1.3.2 Vorzeichen	16
1.3.3 Reihenfolge der Operationen	17
1.3.4 Addition und Subtraktion von Klammerausdrücken	18
1.3.5 Multiplikation von Klammerausdrücken	18
1.4 Bruchrechnen	18
1.4.1 Begriffe	18
1.4.2 Addition von Brüchen; das kleinste gemeinsame Vielfache	19
1.4.3 Kürzen	20
1.4.4 Multiplikation von Brüchen	21
1.4.5 Division von Brüchen	21
1.4.6 Umwandlung von Dezimalbrüchen in Brüche	22
1.5 Potenzen und Wurzeln	22
1.5.1 Potenzen	22
1.5.2 Quadratische binomische Ausdrücke	23
1.5.3 Höhere Potenzen binomischer Ausdrücke	24
1.5.4 Wurzeln	25
1.6 Logarithmen	26
1.6.1 Begriff	26
1.6.2 Rechenregeln	27
1.6.3 Wechsel der Basis	27
1.6.4 Die Bedeutung der Logarithmen	28
1.7 Zahlensysteme	29
1.8 Übungsaufgaben	30
1.8.1 Zu Abschnitt 1.3	30
1.8.2 Zu Abschnitt 1.4	31
1.8.3 Zu Abschnitt 1.5	32
1.8.4 Zu Abschnitt 1.6	33

Gleichungen	34
2.1 Begriffe	34
2.2 Das Umformen von Gleichungen	35
2.2.1 Begriff	35
2.2.2 Äquivalenzumformungen	35
2.2.3 Nichtäquivalente Umformungen	35
2.3 Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	36
2.3.1 Lösungsverfahren	36
2.3.2 Angewandte Aufgaben	36
2.4 Systeme linearer Gleichungen mit mehreren Unbekannten	37
2.4.1 Grundlagen	37
2.4.2 Lösung durch Substitution	38
2.4.3 Lösung mit Matrizenrechnung	38
2.4.4 Lösung eines Gleichungssystems mit der Determinantenmethode	40
2.5 Quadratische Gleichungen	42
2.5.1 Allgemeine Lösungsformel	42
2.5.2 Der Satz von Vieta	43
2.6 Algebraische Gleichungen höheren Grades	44
2.6.1 Lösungen	44
2.6.2 Lösung mit dem TI-30X Pro	44
2.7 Nichtlineare Gleichungssysteme mit 2 Unbekannten	45
2.7.1 Lösungsverfahren	45
2.7.2 Anwendungsbeispiel: Koordinatenbestimmung	45
2.8 Wurzelgleichungen	47
2.9 Exponentialgleichungen	49
2.9.1 Lösungsmethodik	49
2.9.2 Zins- und Investitionsrechnung	51
2.10 „Unlösbar“ Gleichungen: Der numerische Gleichungslöser des TI-30X Pro	53
2.11 Ungleichungen	54
2.11.1 Definition	54
2.11.2 Das Lösen von Ungleichungen	55
2.11.3 Lineare Ungleichungen	55
2.11.4 Nichtlineare Ungleichungen	56
2.12 Übungsaufgaben	59
2.12.1 Zu Abschnitt 2.2	59
2.12.2 Zu Abschnitt 2.3	59
2.12.3 Zu Abschnitt 2.4	63
2.12.4 Zu Abschnitt 2.5	66
2.12.5 Zu Abschnitt 2.6	67
2.12.6 Zu Abschnitt 2.7	68
2.12.7 Zu Abschnitt 2.8	69
2.12.8 Zu Abschnitt 2.9	69
2.12.9 Zu Abschnitt 2.10	70

Trigonometrie	71
3.1 Winkel	71
3.2 Die Winkelfunktionen	72
3.2.1 Definition am rechtwinkligen Dreieck	72
3.2.2 Umrechnungen, Darstellung am Einheitskreis	73
3.3 Berechnungen am Dreieck	75
3.3.1 Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck	75
3.3.2 Dreiecksfläche	76
3.3.3 Der Sinussatz	76
3.3.4 Der Kosinussatz	77
3.4 Weitere Formeln	78
3.4.1 Additionstheoreme	78
3.4.2 Winkelfunktionen für doppelte und halbe Winkel	79
3.4.3 Halbwinkelformeln	80
3.5 Das Lösen goniometrischer Gleichungen	81
3.6 Anwendungen	85
3.6.1 Klassische Vermessungsaufgaben	85
3.6.2 Vermessung beim Tunnelbau	88
3.6.3 Schallmessortung	88
3.7 Übungsaufgaben	91
3.7.1 Zu Abschnitt 3.2	91
3.7.2 Zu Abschnitt 3.3	92
3.7.3 Zu Abschnitt 3.4.1	93
3.7.4 Zu Abschnitt 3.5	93
Funktionen	94
4.1 Der Funktionsbegriff	94
4.2 Lineare Funktionen	95
4.2.1 Ganzrationale Funktionen: Begriff und allgemeine Eigenschaften	95
4.2.2 Eigenschaften linearer Funktionen	95
4.2.3 Anwendungsbeispiel: Schnittpunkt	98
4.2.4 Graphische Darstellung linearer Gleichungssysteme	99
4.2.5 Lineare Ungleichungen in 2 Variablen	100
4.2.6 Systeme linearer Ungleichungen in 2 Variablen	101
4.2.7 Lineare Optimierung	102
4.3 Quadratische Funktionen	105
4.4 Ganzrationale Funktionen höheren Grades	107
4.5 Anwendung ganzrationaler Funktionen	110
4.6 Gebrochenrationale Funktionen	114
4.6.1 Begriff und allgemeine Eigenschaften	114
4.6.2 Asymptoten	115
4.7 Potenz- und Wurfelfunktionen	117
4.7.1 Potenzfunktionen	117
4.7.2 Wurfelfunktionen	117
4.7.3 Beispiele	118

4.8	Exponentialfunktionen	122
4.8.1	Allgemeine Eigenschaften	122
4.8.2	Beispiele	123
	Radioaktiver Zerfall	124
4.9	Logarithmusfunktionen	127
4.10	Trigonometrische Funktionen	127
4.10.1	Periodizität	127
4.10.2	Funktionen mit Parametern	128
4.10.3	Schwingungen in der Technik	129
4.11	Umkehrfunktionen	130
4.11.1	Begriff	130
4.11.2	Bestimmung der Umkehrfunktion	130
4.11.3	Einige Funktionen und ihre Umkehrungen	131
4.11.4	Temperaturskala	131
4.12	Übungsaufgaben	132
4.12.1	Zu Abschnitt 4.2	132
4.12.2	Zu Abschnitt 4.3	135
4.12.3	Zu Abschnitt 4.11.4	136

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik 137

5.1	Einführung	137
5.2	Zufall und Wahrscheinlichkeit	138
5.3	Einfache Kombinatorik	141
5.4	Binomialverteilung	143
5.4.1	Grundlagen	143
5.4.2	Anwendungsbeispiel: Qualitätskontrolle	145
5.4.3	Verallgemeinerung: Multinomiale Verteilung	147
5.5	Beschreibung einer statistischen Gesamtheit	147
5.5.1	Streuung	147
5.5.2	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	147
5.5.3	Mittelwert und Standardabweichung	150
5.5.4	Beschreibung einer Gesamtheit von Daten mit Kenngrößen ...	151
5.6	Die Normalverteilung	152
5.7	Messdatenauswertung	156
5.7.1	Resultatangabe und Vertrauensintervall	156
5.7.2	Ausgleichsrechnung	157
5.8	Statistische Entscheidungsfindung	161
5.8.1	Statistisches Testen	161
5.8.2	Prozessbeherrschung	163
5.9	Elektronische Hilfsmittel	164
5.10	Übungsaufgaben	165
5.10.1	Zu Abschnitt 5.4	165
5.10.2	Zu Abschnitt 5.5	166
5.10.3	Zu Abschnitt 5.6	167
5.10.4	Zu Abschnitt 5.7	167
5.10.5	Zu Abschnitt 5.8	170

Komplexe Zahlen	172
6.1 Definition und Grundbegriffe	172
6.1.1 Definition	172
6.1.2 Die Gauß'sche Zahlenebene	173
6.1.3 Komplexe Konjugation	173
6.1.4 Betrag	173
6.1.5 Argument	173
6.2 Darstellungsformen	174
6.2.1 Algebraische Form	174
6.2.2 Trigonometrische Form	174
6.2.3 Umrechnungen	174
6.3 Die vier Grundrechenarten	175
6.3.1 Addition und Subtraktion	175
6.3.2 Multiplikation und Division	175
6.3.3 Multiplikation und Division in trigonometrischer Darstellung	176
6.3.4 Möglichkeiten des TI-30X Pro	176
6.4 Höhere Rechenarten	177
6.4.1 Potenzen	177
6.4.2 Wurzeln	177
6.4.3 Exponentialfunktion	177
6.5 Der Fundamentalsatz der Algebra	178
6.6 Die Lösungsformel der kubischen Gleichung	179
6.7 Anwendung: Wechselstromrechnung (Kurzer Abriss)	180
6.7.1 Einführung	180
6.7.2 Überlagerung von zwei Wechselspannungen	181
6.7.3 Komplexe Widerstände (Impedanzen)	182
 Folgen und Reihen	 184
7.1 Begriffe und Definitionen	184
7.1.1 Folgen	184
7.1.2 Reihen	185
7.2 Arithmetische Folgen und Reihen	186
7.2.1 Arithmetische Folgen	186
7.2.2 Arithmetische Reihen	186
7.3 Geometrische Folgen und Reihen	187
7.3.1 Geometrische Folgen	187
7.3.2 Geometrische Reihen	187
7.3.3 Unendliche geometrische Reihen	187
7.4 Anwendung: Potenzreihen bekannter Funktionen	188
7.5 Übungsaufgaben	189
7.5.1 Zu Abschnitt 7.1	189
7.5.2 Zu Abschnitt 7.2	189
7.5.3 Zu Abschnitt 7.3	190

Differenzialrechnung	191
8.1 Grundlagen	191
8.1.1 Grenzwerte von Zahlenfolgen	191
8.1.2 Grenzwerte von Funktionen	192
8.1.3 Stetigkeit	194
8.2 Die Ableitung	194
8.2.1 Der Differenzialquotient	194
8.2.2 Wichtige Ableitungsregeln	195
8.2.3 Die Ableitung ganzrationaler Funktionen	197
8.2.4 Die Ableitungsfunktion	197
8.3 Die Bedeutung der 1. bis 3. Ableitung	198
8.3.1 Maxima	198
8.3.2 Minima	199
8.3.3 Krümmung	199
8.3.4 Wendepunkte	200
8.3.5 Beispiel	200
8.4 Weitere Ableitungsregeln	201
8.4.1 Produktregel	201
8.4.2 Quotientenregel	201
8.4.3 Kettenregel	202
8.4.4 Die Ableitung der trigonometrischen Funktionen	203
8.4.5 Die Ableitung von Logarithmusfunktionen	204
8.4.6 Die Ableitung der Umkehrfunktion	205
8.4.7 Die Ableitung von Exponentialfunktionen	206
8.5 Funktionen mit mehreren Variablen	206
8.6 Anwendungen	206
8.6.1 Kurvendiskussion	206
8.6.2 Extremwertprobleme	207
8.6.3 Einige Extremalprinzipien aus der Physik	208
8.6.4 Ausgleichsrechnung: Beispiel Lineare Regression	210
8.6.5 Maschinenbau: Wechselkräfte in einer Kolbenmaschine	211
8.6.6 Das Newton-Verfahren zur numerischen Auflösung von Gleichungen	214
8.6.7 Vereinfachung des Newton-Verfahrens: Regula falsi	218
8.6.8 Bestimmung aller Lösungen einer algebraischen Gleichung ...	219
8.6.9 Parameterbestimmung in der Physik: Gas-Zustandsgleichung	220
8.6.10 Fehlerfortpflanzung	222
8.6.11 Unsicherheitsabschätzung	223
8.7 Übungsaufgaben	224
8.7.1 Zu Abschnitt 8.1	224
8.7.2 Zu Abschnitt 8.2	225
8.7.3 Zu Abschnitt 8.3	225
8.7.4 Zu Abschnitt 8.4	225
8.7.5 Zu Abschnitt 8.6.2	227

Integralrechnung	231
9.1 Das bestimmte Integral	231
9.1.1 Begriffe und Grundlagen	231
9.1.2 Berechnung bestimmter Integrale	232
9.2 Die Stammfunktion und ihre Ableitung	233
9.3 Das unbestimmte Integral	234
9.4 Integrationsregeln	235
9.4.1 Integrationsregeln aus Ableitungsregeln	235
9.4.2 Logarithmische Ableitung	236
9.4.3 Partielle Integration	236
9.4.4 Integration durch Substitution	237
9.5 Numerische Integration	237
9.5.1 Integration durch Approximation	237
9.5.2 Trapez-Integration	238
9.5.3 Romberg-Integration	238
9.6 Anwendungen	239
9.6.1 Mittelwert einer Funktion in einem Intervall	239
9.6.2 Flächenschwerpunkt	240
9.6.3 Bogenlänge	241
9.6.4 Linienschwerpunkt	242
9.6.5 Flächen- und Trägheitsmomente	243
9.6.6 Arbeit/Energie bei ortsabhängiger Kraft	244
9.6.7 Das RC-Glied	246
9.6.8 Leistung des Wechselstroms	247
9.6.9 Frequenzanalyse (Fourier-Analyse, harmonische Analyse)	249
9.6.10 Seilreibung	253
9.6.11 Abkühlung	254
9.6.12 Barometrische Höhenformel	256
9.6.13 Berechnung des Integrals einer punktweise gegebenen Funktion	257
9.6.14 Bewegungsprobleme in der Physik	257
Literaturverzeichnis	259
Sachwortverzeichnis	261