
Inhaltsverzeichnis

1	Einstieg und grafische Darstellungen von Messdaten	1
1.1	Grafische Darstellung von Daten und unterschiedliche Mittelwerte	1
1.2	Weitere Analyse der vorliegenden Messdaten	8
	Übungsaufgaben	13
	Literatur	16
2	Grundlegende Rechenoperationen	17
2.1	Welche Zahlen sind aus der Schule bekannt?	17
2.1.1	Das Prinzip eines Widerspruchsbeweises	20
2.1.2	Weitere Bezeichnungen und Notationen	24
2.1.3	Weitere Regeln für das Rechnen mit reellen Zahlen	25
2.2	Potenzen, Binomial-Koeffizienten und der „Binomische Lehrsatz“	25
2.2.1	Binomische Formeln	27
2.2.2	Das Hardy-Weinberg'sche Gleichgewicht	28
2.2.3	Binomial-Koeffizienten und der „Binomische Lehrsatz“	32
2.3	Das Prinzip der vollständigen Induktion	34
2.4	Der Umgang mit fehlerhaften Daten/Rechnen mit Fehlern	46
	Übungsaufgaben	51
	Literatur	53
3	Rechnen mit Ungleichungen	55
3.1	Grundregeln für das Rechnen mit Ungleichungen	55
3.2	Beschränktheit von Mengen	60
	Übungsaufgaben	61
4	Polynome und Polynomdivision	63
4.1	Rechenoperationen mit Polynomen	63
4.2	Polynomdivision	65
	Übungsaufgaben	68

5	Lineare Gleichungssysteme	69
5.1	Das Lösen linearer Gleichungssysteme mithilfe von Einsetzen	69
5.2	Die Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen	72
5.3	Matrizen	77
5.3.1	Rechnen mit Matrizen	78
5.4	Determinanten und invertierbare Matrizen	86
5.4.1	Determinanten	87
5.4.2	Berechnung der Inversen	90
5.5	Spezielle Gleichungssysteme und die Eigenwerte einer Matrix	93
5.5.1	Eigenwerte und Eigenvektoren	97
5.6	Komplexe Zahlen	101
5.6.1	Rechnen mit komplexen Zahlen	110
	Übungsaufgaben	112
	Literatur	116
6	Funktionen	119
6.1	Was ist eine Funktion?	119
6.1.1	Wie erhält man eine Funktionsgleichung aus experimentellen Daten?	120
6.2	Besondere Klassen von Funktionen	126
6.2.1	Lineare Funktionen	126
6.2.2	Lineare Regression	127
6.2.3	Polynome	130
6.2.4	Approximation der Daten mithilfe von Lagrange-Polynomen	130
6.2.5	Rationale Funktionen	133
6.2.6	Partialbruchzerlegung	134
6.2.7	Potenzfunktionen	137
6.3	Eigenschaften von Funktionen	138
	Übungsaufgaben	140
	Literatur	143
7	Die Exponentialfunktion und ihre Anwendung in der Biologie	145
7.1	Die Exponentialfunktion	146
7.2	Die Logarithmusfunktion	150
7.2.1	Die Radiocarbon-Methode	151
7.3	Die allgemeine Exponentialfunktion	153
7.4	Logistisches Wachstum	154
	Übungsaufgaben	155
	Literatur	156
8	Die trigonometrischen Funktionen	157
8.1	Rechenregeln für die Sinus- und die Cosinusfunktion	162
8.1.1	Anwendung von Cosinus und Sinus	163
8.1.2	Winkelmaße	163

8.2	Tangens und Cotangens	164
8.2.1	Die Umkehrfunktionen des Sinus, Cosinus, Tangens und Cotangens	165
8.3	Die Darstellung der komplexen Zahlen	167
	Literatur	168
9	Differentialrechnung	169
9.1	Die Ableitung einer Funktion	169
9.2	Differentiationsregeln	172
	Übungsaufgaben	181
	Literatur	184
10	Integralrechnung	185
10.1	Der Begriff des Integrals	186
10.2	Integrationsregeln	192
10.3	Uneigentliche Integrale	199
	Übungsaufgaben	201
	Literatur	202
11	Gewöhnliche Differentialgleichungen	203
11.1	Die Trennung der Variablen	208
11.2	Die Variation der Konstanten	211
11.3	Ansatz vom Typ der rechten Seite	216
11.4	Differentialgleichungssysteme	222
11.4.1	Von der einzelnen Differentialgleichung n -ter Ordnung zum Differentialgleichungssystem erster Ordnung . . .	223
11.4.2	Lösung von linearen Differentialgleichungssystemen erster Ordnung	224
11.4.3	Grafische Darstellung der Lösungen bzw. Phasendiagramme	227
11.4.4	Stabilitätsanalyse von stationären Punkten	228
11.4.5	Räuber-Beute-Modelle	232
	Übungsaufgaben	234
	Literatur	237
12	Differenzengleichungen	239
12.1	Die Fibonacci-Gleichung	240
12.2	Homogene lineare Differenzengleichungen	242
12.3	Lineare Differenzengleichungen erster Ordnung mit variablen Koeffizienten	245
12.4	Allgemeine inhomogene, lineare Differenzengleichungen . . .	246
12.5	Erzeugende Funktionen und ihre Anwendungen	249
12.5.1	Lösung von Differenzengleichungen mittels erzeugenden und exponentiell erzeugenden Funktionen	250
	Übungsaufgaben	253
	Literatur	255

13	Wahrscheinlichkeitsrechnung	257
13.1	Laplace-Wahrscheinlichkeit	258
13.1.1	Eigenschaften der Laplace-Wahrscheinlichkeit	267
13.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	268
13.2.1	Unabhängigkeit von Ereignissen	270
13.3	Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit	272
13.4	Der Satz von Bayes	275
13.5	Statistische Wahrscheinlichkeit	278
	Übungsaufgaben	279
	Literatur	280
14	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	283
14.1	Zufallsvariable	283
14.1.1	Diskrete Zufallsvariable	284
14.1.2	Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	287
14.1.3	Stetige Zufallsvariable	298
14.1.4	Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	299
14.2	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	305
14.3	Maßzahlen von Zufallsvariablen	306
14.3.1	Der Mittelwert bzw. der Erwartungswert einer Zufallsvariablen	306
14.3.2	Die Varianz und die Standardabweichung	307
14.3.3	α -Quantile	311
14.3.4	Die Kovarianz und der Korrelationskoeffizient	314
14.4	Kenngrößen für Stichproben	315
14.5	Zentraler Grenzwertsatz	315
	Übungsaufgaben	316
	Literatur	318
15	Parameterschätzung	319
15.1	Schätzung des Erwartungswertes	319
15.1.1	Planung des Stichprobenumfangs bei einer Erwartungswertschätzung	328
15.2	Maximum-Likelihood- und Kleinste-Quadrat-Schätzer	329
15.2.1	Maximum-Likelihood-Schätzer	329
15.2.2	Kleinste-Quadrat-Schätzer	331
15.3	Konfidenzintervalle für Varianzen	335
15.4	Konfidenzintervalle für das Verhältnis zweier Varianzen	338
	Übungsaufgaben	342
	Literatur	343

16	Testen von Hypothesen/Ein-Stichproben-Tests	345
16.1	Das Testen von Hypothesen über den Erwartungswert	349
16.1.1	Das Testen von Hypothesen über den Erwartungswert einer annähernd normalverteilten Zufallsvariablen bei großen Stichproben ($N \geq 30$)	349
16.1.2	Das Testen von Hypothesen bzgl. der Mittelwerte von Bernoulli-Experimenten bei großen Stichproben/ Der sogenannte Binomial-Test	351
16.2	Der t-Test	354
16.2.1	Der t-Test für abhängige Stichproben	356
16.3	Der χ^2 -Test/-Anpassungstest	360
	Übungsaufgaben	371
	Literatur	371
17	Weitere Anmerkungen zur Fehlerrechnung	373
17.1	Auswirkung von Eingabefehlern auf Funktionswerte	373
	Literatur	374
18	Formelsammlung	375
18.1	Notationen	375
18.2	Intervalle	376
18.3	Rechenregeln und -gesetze	376
18.4	Potenzsummen	378
18.5	Komplexe Zahlen	378
18.6	Exponentialfunktionen	379
18.7	Logarithmen	380
18.8	Trigonometrische Funktionen	381
18.9	Ausgewählte Funktionsgleichungen	382
18.10	Differentiations- und Integrationsregeln	383
18.11	Kennzahlen von Stichproben	384
18.11.1	Mittelwerte	384
18.11.2	Weitere Kennzahlen für Stichproben	385
18.12	Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen	386
18.12.1	Diskrete Zufallsvariable	386
18.12.2	Stetige Zufallsvariable	386
18.12.3	Allgemeine Rechenregeln für Kennzahlen diskreter und stetiger Zufallsvariablen	388
	Personenverzeichnis	389
	Sachverzeichnis	391