

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                         |    |
|----------|-----------------------------------------|----|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                       | 1  |
| 1.1      | Wesen der Versicherung                  | 2  |
| 1.2      | Versicherungssparten                    | 3  |
| 1.3      | Formen der Lebensversicherung           | 4  |
| 1.4      | Geschäftsverbindung                     | 6  |
| 1.5      | Bedeutung der Lebensversicherung        | 8  |
| 1.6      | Historischer Hintergrund                | 9  |
| <b>2</b> | <b>Elementare Finanzmathematik</b>      | 11 |
| 2.1      | Zinsrechnung                            | 11 |
| 2.2      | Investitionsrechnung                    | 13 |
| 2.3      | Rentenrechnung                          | 13 |
| 2.4      | Tilgungsrechnung                        | 15 |
| 2.5      | Duration                                | 15 |
| 2.6      | Formeln der Finanzmathematik            | 17 |
| 2.7      | Aufgaben                                | 18 |
| <b>3</b> | <b>Biometrische Rechnungsgrundlagen</b> | 21 |
| 3.1      | Modellierung des Gesamtschadens         | 22 |
| 3.1.1    | Individuelles Modell                    | 22 |
| 3.1.2    | Approximationsmethoden                  | 25 |
| 3.1.3    | Kollektives Modell                      | 28 |
| 3.2      | Klassische Glaubwürdigkeitstheorie      | 32 |
| 3.2.1    | Volle Glaubwürdigkeit                   | 32 |
| 3.2.2    | Partielle Glaubwürdigkeit               | 38 |
| 3.2.3    | Diskussion                              | 41 |
| 3.3      | Stochastisches Modell der Sterblichkeit | 42 |
| 3.3.1    | Ereigniszeitenanalyse                   | 42 |
| 3.3.2    | Sterbeintensität                        | 46 |
| 3.3.3    | Aktuarielle Notationen                  | 48 |
| 3.3.4    | Lebenserwartung                         | 52 |

|          |                                                                          |            |
|----------|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.3.5    | Sterbegesetze                                                            | 57         |
| 3.4      | Deterministisches Modell der Sterblichkeit                               | 59         |
| 3.4.1    | Klassischer Modellansatz                                                 | 59         |
| 3.4.2    | Sterbetafel                                                              | 61         |
| 3.4.3    | Historischer Hintergrund                                                 | 64         |
| 3.5      | Methoden der Sterblichkeitsanalyse                                       | 65         |
| 3.5.1    | Geburtsjahrmethode                                                       | 67         |
| 3.5.2    | Sterbejahrmethode                                                        | 69         |
| 3.5.3    | Sterbeziffermethode                                                      | 71         |
| 3.5.4    | Verweildauermethode                                                      | 73         |
| 3.5.5    | Kaplan-Meier-Methode                                                     | 74         |
| 3.6      | Ausgleichsverfahren                                                      | 77         |
| 3.6.1    | Analytische Verfahren                                                    | 78         |
| 3.6.2    | Mechanische Verfahren                                                    | 79         |
| 3.7      | Anpassungen                                                              | 83         |
| 3.7.1    | Sicherheitszuschläge                                                     | 84         |
| 3.7.2    | Versichertensterbetafeln                                                 | 88         |
| 3.7.3    | Kohortensterblichkeit                                                    | 93         |
| 3.7.4    | Erhöhte Risiken                                                          | 95         |
| 3.7.5    | Bevorzugte Risiken                                                       | 99         |
| 3.8      | Ergänzungen                                                              | 100        |
| 3.8.1    | Tarifierungsfaktoren                                                     | 101        |
| 3.8.2    | Sterblichkeitstrends und Prognosen                                       | 108        |
| 3.9      | Aufgaben                                                                 | 112        |
| <b>4</b> | <b>Beitragsberechnung</b>                                                | <b>117</b> |
| 4.1      | Rechnungsgrundlagen                                                      | 120        |
| 4.1.1    | Rechnungszins                                                            | 120        |
| 4.1.2    | Sterblichkeit                                                            | 123        |
| 4.1.3    | Kosten                                                                   | 123        |
| 4.2      | Kommutationswerte                                                        | 124        |
| 4.3      | Barwerte von Verbleibleistungen                                          | 126        |
| 4.3.1    | Einmalige Erlebensfallleistung                                           | 126        |
| 4.3.2    | Sofort beginnende lebenslange vorschüssige Leibrente                     | 128        |
| 4.3.3    | Sofort beginnende lebenslange nachschüssige Leibrente                    | 129        |
| 4.3.4    | Unterjährige lebenslange Leibrente                                       | 130        |
| 4.3.5    | Sofort beginnende temporäre vorschüssige Leibrente                       | 131        |
| 4.3.6    | Unterjährige temporäre Leibrente                                         | 132        |
| 4.3.7    | Aufgeschobene lebenslange vorschüssige Leibrente                         | 133        |
| 4.3.8    | Aufgeschobene temporäre vorschüssige Leibrente                           | 134        |
| 4.3.9    | Sofort beginnende lebenslange vorschüssige Leibrente mit<br>Garantiezeit | 135        |

- 4.3.10 Aufgeschobene lebenslange vorschüssige Leibrente mit Garantiezeit . . . . . 136
  - 4.3.11 Arithmetisch steigende lebenslange vorschüssige Leibrente . . . . 137
  - 4.3.12 Geometrisch fortschreitende lebenslange vorschüssige Leibrente . 139
  - 4.3.13 Zusammenfassung . . . . . 140
  - 4.3.14 Nomenklatur . . . . . 141
- 4.4 Barwerte von Ausscheideleistungen . . . . . 142
  - 4.4.1 Lebenslange Todesfallversicherung . . . . . 142
  - 4.4.2 Formale Zusammenhänge . . . . . 145
  - 4.4.3 Aufgeschobene lebenslange Todesfallversicherung . . . . . 146
  - 4.4.4 Risikolebensversicherung . . . . . 147
  - 4.4.5 Aufgeschobene Risikolebensversicherung . . . . . 149
  - 4.4.6 Arithmetisch steigende lebenslange Todesfallversicherung . . . . 151
  - 4.4.7 Arithmetisch fallende lebenslange Todesfallversicherung . . . . 153
  - 4.4.8 Arithmetisch steigende Risikolebensversicherung . . . . . 154
  - 4.4.9 Arithmetisch fallende Risikolebensversicherung . . . . . 155
  - 4.4.10 Geometrisch fortschreitende Risikolebensversicherung . . . . . 156
  - 4.4.11 Zusammenfassung . . . . . 157
- 4.5 Gemischte Leistungsbarwerte . . . . . 157
  - 4.5.1 Kapitallebensversicherung . . . . . 158
  - 4.5.2 Rentenversicherung mit Beitragsrückgewähr . . . . . 160
  - 4.5.3 Risikolebensversicherung mit Beitragsrückgewähr . . . . . 161
- 4.6 Erfüllungsbetrag . . . . . 163
  - 4.6.1 Erlebensfallversicherung . . . . . 163
  - 4.6.2 Lebenslange Todesfallversicherung . . . . . 165
  - 4.6.3 Risikolebensversicherung . . . . . 166
  - 4.6.4 Kapitallebensversicherung . . . . . 167
  - 4.6.5 Rentenversicherung . . . . . 169
  - 4.6.6 Ergänzungen . . . . . 170
- 4.7 Nettoprämien . . . . . 172
  - 4.7.1 Erlebensfallversicherung . . . . . 172
  - 4.7.2 Lebenslange Todesfallversicherung . . . . . 174
  - 4.7.3 Risikolebensversicherung . . . . . 175
  - 4.7.4 Kapitallebensversicherung . . . . . 176
  - 4.7.5 Rentenversicherung . . . . . 178
  - 4.7.6 Formeln für typische Nettoprämien . . . . . 180
- 4.8 Gezillmerte Nettoprämien . . . . . 180
  - 4.8.1 Todes- und Erlebensfallversicherung . . . . . 182
  - 4.8.2 Rentenversicherung . . . . . 187
- 4.9 Bruttoprämien . . . . . 189
  - 4.9.1 Erlebensfallversicherung . . . . . 190
  - 4.9.2 Lebenslange Todesfallversicherung . . . . . 193

|          |                                                                         |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.9.3    | Risikolebensversicherung . . . . .                                      | 195        |
| 4.9.4    | Kapitallebensversicherung . . . . .                                     | 196        |
| 4.9.5    | Rentenversicherung . . . . .                                            | 198        |
| 4.9.6    | Formeln für typische Bruttoprämien . . . . .                            | 200        |
| 4.10     | Kostenprämien . . . . .                                                 | 201        |
| 4.10.1   | Todes- und Erlebensfallversicherung . . . . .                           | 201        |
| 4.10.2   | Rentenversicherung . . . . .                                            | 206        |
| 4.11     | Tarifprämien . . . . .                                                  | 208        |
| 4.12     | Ausgewählte Produktbeispiele . . . . .                                  | 210        |
| 4.12.1   | Ausbildungsversicherung . . . . .                                       | 210        |
| 4.12.2   | Kapitallebensversicherung für Berufseinsteiger . . . . .                | 211        |
| 4.12.3   | Erlebensfallversicherung mit Beitragsrückgewähr . . . . .               | 213        |
| 4.12.4   | Sterbegeldversicherung . . . . .                                        | 214        |
| 4.12.5   | Risikolebensversicherung mit Beitragsrückgewähr . . . . .               | 215        |
| 4.12.6   | Kreditlebensversicherung . . . . .                                      | 216        |
| 4.12.7   | Hypothekenlebensversicherung . . . . .                                  | 218        |
| 4.12.8   | Aufgeschobene Altersrentenversicherung mit Beitragsrückgewähr . . . . . | 219        |
| 4.12.9   | Sofortige Altersrentenversicherung gegen Einmalbeitrag . . . . .        | 220        |
| 4.12.10  | Fachspezifische Arbeitsweise . . . . .                                  | 221        |
| 4.13     | Aufgaben . . . . .                                                      | 221        |
| <b>5</b> | <b>Deckungsrückstellungen . . . . .</b>                                 | <b>231</b> |
| 5.1      | Nettodeckungsrückstellung . . . . .                                     | 236        |
| 5.1.1    | Erlebensfallversicherung . . . . .                                      | 236        |
| 5.1.2    | Lebenslange Todesfallversicherung . . . . .                             | 239        |
| 5.1.3    | Risikolebensversicherung . . . . .                                      | 241        |
| 5.1.4    | Kapitallebensversicherung . . . . .                                     | 242        |
| 5.1.5    | Rentenversicherung . . . . .                                            | 244        |
| 5.1.6    | Formeln für typische Nettoreserven . . . . .                            | 246        |
| 5.2      | Gezillmete Deckungsrückstellung . . . . .                               | 246        |
| 5.2.1    | Erlebens- und Todesfallversicherungen . . . . .                         | 247        |
| 5.2.2    | Rentenversicherung . . . . .                                            | 250        |
| 5.3      | Bruttodeckungsrückstellung . . . . .                                    | 251        |
| 5.3.1    | Erlebensfallversicherung . . . . .                                      | 252        |
| 5.3.2    | Lebenslange Todesfallversicherung . . . . .                             | 254        |
| 5.3.3    | Risikolebensversicherung . . . . .                                      | 255        |
| 5.3.4    | Kapitallebensversicherung . . . . .                                     | 255        |
| 5.3.5    | Rentenversicherung . . . . .                                            | 256        |
| 5.3.6    | Formeln für typische Bruttoreserven . . . . .                           | 257        |
| 5.4      | Kostendeckungsrückstellung . . . . .                                    | 258        |
| 5.4.1    | Erlebens- und Todesfallversicherungen . . . . .                         | 258        |
| 5.4.2    | Rentenversicherung . . . . .                                            | 260        |

|          |                                               |            |
|----------|-----------------------------------------------|------------|
| 5.5      | Vertragsänderungen . . . . .                  | 261        |
| 5.5.1    | Beitragsdynamik . . . . .                     | 263        |
| 5.5.2    | Rückkaufswert . . . . .                       | 264        |
| 5.5.3    | Kündigung . . . . .                           | 267        |
| 5.5.4    | Teilauszahlung . . . . .                      | 270        |
| 5.5.5    | Beitragsfreistellung . . . . .                | 271        |
| 5.5.6    | Leistungsänderung . . . . .                   | 273        |
| 5.5.7    | Daueränderung . . . . .                       | 275        |
| 5.6      | Bilanzdeckungsrückstellung . . . . .          | 276        |
| 5.7      | Auffüllung und Nachreservierung . . . . .     | 278        |
| 5.7.1    | Beitragsdifferenzenformel . . . . .           | 279        |
| 5.7.2    | Änderung des Zinssatzes . . . . .             | 280        |
| 5.7.3    | Änderung der Sterblichkeit . . . . .          | 284        |
| 5.7.4    | Unterschiedliche Kostensätze . . . . .        | 287        |
| 5.8      | Zinssensitivität . . . . .                    | 290        |
| 5.8.1    | Duration von Kommutationswerten . . . . .     | 290        |
| 5.8.2    | Duration von Versicherungsbarwerten . . . . . | 293        |
| 5.8.3    | Duration von Nettoprämien . . . . .           | 298        |
| 5.8.4    | Duration von Nettoreserven . . . . .          | 302        |
| 5.9      | Beitragszerlegung . . . . .                   | 307        |
| 5.10     | Ergänzungen . . . . .                         | 313        |
| 5.10.1   | Lineare Gleichungssysteme . . . . .           | 314        |
| 5.10.2   | Satz von Cantelli . . . . .                   | 318        |
| 5.11     | Aufgaben . . . . .                            | 320        |
| <b>6</b> | <b>Ergebnisanalyse . . . . .</b>              | <b>329</b> |
| 6.1      | Gewinnzerlegung . . . . .                     | 329        |
| 6.1.1    | Kontributionsgleichung . . . . .              | 330        |
| 6.1.2    | Gewinn- und Verlustrechnung . . . . .         | 333        |
| 6.2      | Überschussbeteiligung . . . . .               | 335        |
| 6.2.1    | Überschussverteilung . . . . .                | 336        |
| 6.2.2    | Überschussverwendung . . . . .                | 338        |
| 6.3      | Finanzierbarkeit . . . . .                    | 342        |
| 6.3.1    | Ertragswertmethode . . . . .                  | 343        |
| 6.3.2    | Sollzinismethode . . . . .                    | 345        |
| 6.4      | Rentabilität . . . . .                        | 345        |
| 6.4.1    | Effektiver Rechnungszins . . . . .            | 346        |
| 6.4.2    | Erlebensfallrendite . . . . .                 | 347        |
| 6.4.3    | Effektive Rendite . . . . .                   | 348        |
| 6.5      | Ergänzungen . . . . .                         | 351        |
| 6.5.1    | Schmidt-Tobler-Effekt . . . . .               | 352        |
| 6.5.2    | Profit-Testing . . . . .                      | 354        |

|          |                                                                    |            |
|----------|--------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.5.3    | Asset-Liability-Matching . . . . .                                 | 355        |
| 6.5.4    | Kennzahlen . . . . .                                               | 356        |
| 6.6      | Aufgaben . . . . .                                                 | 358        |
| <b>7</b> | <b>Rückversicherung . . . . .</b>                                  | <b>361</b> |
| 7.1      | Proportionale Rückversicherung . . . . .                           | 363        |
| 7.1.1    | Quote . . . . .                                                    | 364        |
| 7.1.2    | Summenexzedent . . . . .                                           | 364        |
| 7.2      | Nicht-proportionale Rückversicherung . . . . .                     | 368        |
| 7.2.1    | Einzel Schadenexzedent . . . . .                                   | 368        |
| 7.2.2    | Kumulschadenexzedent . . . . .                                     | 371        |
| 7.2.3    | Jahresüberschadenexzedent . . . . .                                | 371        |
| 7.3      | Gestaltungsarten . . . . .                                         | 372        |
| 7.3.1    | Risikobasis . . . . .                                              | 372        |
| 7.3.2    | Normalbasis ohne Reservedepot . . . . .                            | 374        |
| 7.3.3    | Normalbasis mit Reservedepot . . . . .                             | 374        |
| 7.4      | Ergänzungen . . . . .                                              | 376        |
| 7.4.1    | Selbstbehalt . . . . .                                             | 376        |
| 7.4.2    | Tarifierung . . . . .                                              | 377        |
| 7.4.3    | Sterbetafelvergleich . . . . .                                     | 378        |
| 7.4.4    | Moderne Rückversicherung . . . . .                                 | 381        |
| <b>8</b> | <b>Lösungen . . . . .</b>                                          | <b>383</b> |
| 8.1      | Lösungen zu Kapitel 2 – Elementare Finanzmathematik . . . . .      | 383        |
| 8.2      | Lösungen zu Kapitel 3 – Biometrische Rechnungsgrundlagen . . . . . | 386        |
| 8.3      | Lösungen zu Kapitel 4 – Beitragsberechnung . . . . .               | 395        |
| 8.4      | Lösungen zu Kapitel 5 – Deckungsrückstellungen . . . . .           | 411        |
| 8.5      | Lösungen zu Kapitel 6 – Ergebnisanalyse . . . . .                  | 433        |
| <b>9</b> | <b>Anhang . . . . .</b>                                            | <b>437</b> |
| 9.1      | DAV2008TM . . . . .                                                | 437        |
| 9.2      | DAV2008TF . . . . .                                                | 440        |
| 9.3      | DAV2004RM . . . . .                                                | 443        |
| 9.4      | DAV2004RF . . . . .                                                | 447        |
| 9.5      | Haftungsausschluss . . . . .                                       | 450        |
|          | <b>Literatur . . . . .</b>                                         | <b>451</b> |
|          | <b>Sachverzeichnis . . . . .</b>                                   | <b>455</b> |