

Inhaltsverzeichnis

I Grundlagen der Statistik und Thermodynamik	1
1 Einleitung	3
2 Grundlagen der Statistischen Mechanik	5
2.1 Mikrozustand	5
2.2 Ensemble und sein Makrozustand	7
2.2.1 Definition	7
2.2.2 Ensemble-Mittel und Zeit-Mittel	7
2.2.3 Zulässige Zustände	8
2.2.4 Gleichgewichtszustand	9
2.3 Mikrokanonisches Ensemble	10
2.3.1 Mikrokanonische Zustandssumme	10
2.3.2 Mikrokanonische Zustandssumme des idealen Gases	12
2.4 Der erste Hauptsatz der Thermodynamik	15
2.4.1 Definition: Wärme, Arbeit	16
2.4.2 Differentiale	17
2.5 Quasistatische Prozesse, Generalisierte Kräfte	19
2.5.1 Quasistatische Prozesse	19
2.5.2 Generalisierte Kräfte	20
2.5.3 Druck des idealen Gases	22
2.6 Entropie, Temperatur, der zweite und dritte Hauptsatz	23
2.6.1 Zulässige Zustände, $\Omega(E,x)$, Gleichgewicht	23
2.6.2 Reversibilität, Irreversibilität	24
2.6.3 Entropie, Temperatur	26
2.6.4 Eigenschaften der Entropie und der Temperatur	30
2.6.5 Entropie und Zustandsgleichung des idealen Gases	31
2.6.6 Schärfe der Verteilung	31
2.6.7 Der zweite Hauptsatz, Entropiezunahme	33
2.6.8 Der dritte Hauptsatz (Nernstsches Theorem)	34
2.6.9 Positive und negative Temperaturen	34
2.6.10 Wärmereservoir	35
2.7 Quasistatische Prozesse: Entropieänderung, generalisierte Kräfte	36
2.7.1 Quasistatisch: $\bar{d}Q = TdS$	36
2.7.2 Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen	38
2.7.3 Beispiele	39

2.8	Mikrokanonisches Ensemble: Zusammenfassung	42
3	Grundlagen der Thermodynamik	43
3.1	Postulate der klassischen Thermodynamik	43
3.2	Makroskopische Größen und ihre Messung	45
3.2.1	Innere Energie	45
3.2.2	Wärme	47
3.2.3	Verallgemeinerte Kräfte	48
3.2.4	Temperatur	48
3.2.5	Spezifische Wärme, Wärmekapazität	48
3.2.6	Entropie	50
3.3	Der erste Hauptsatz, $\bar{d}Q$ -Gleichungen	50
3.4	Der zweite Hauptsatz	53
3.4.1	Die Sätze von Clausius und Kelvin	54
3.4.2	Expansionsprozesse des idealen Gases	56
3.5	Wärmekraftmaschinen, Kühlmaschinen	61
3.5.1	Wärmekraftmaschine	61
3.5.2	Carnot-Maschine	63
3.5.3	Anwendungen	67
3.5.4	Kühlmaschinen, Wärmepumpen	70
3.5.5	Beispiele	72
3.5.6	Kreisprozesse allgemein	74
3.6	Der zweite Hauptsatz, quasistatische Prozesse, TdS-Gleichungen	75
3.6.1	TdS-Gleichungen: Definitionen, Eigenschaften	75
3.6.2	TdS-Gleichungen: Beweise	76
3.6.3	Eigenschaften von Wärmekapazitäten	79
3.7	Freie Energie, Gibbssche Energie	81
3.7.1	Innere Energie	81
3.7.2	Freie Energie (Helmholtzsche Freie Energie)	82
3.7.3	Gibbssche Energie (Freie Enthalpie)	83
3.7.4	Stabilitätsbedingungen: Homogene Substanz	85
3.8	Thermodynamische Potenziale	89
3.8.1	Definitionen und Eigenschaften	89
3.8.2	Maxwell-Relationen	91
3.8.3	Berechnung der thermodynamischen Potenziale und Zustandsgleichungen	93
3.8.4	Berechnung von $F(T, V)$ ausgehend von $P(T, V)$ und $C_V(T, V_0)$	94
3.8.5	Das van der Waals-Gas	97
3.9	Der dritte Hauptsatz der Thermodynamik	99
3.9.1	Wärmekapazität, Expansionskoeffizient	99
3.9.2	Unerreichbarkeit von $T = 0$, adiabatisches Kühlen	101
3.10	Phasen und Phasenübergänge	103
3.10.1	Gleichgewichtsbedingungen	103
3.10.2	Phasengleichgewichtslinie, latente Wärme	105
3.10.3	Phasenübergänge	108

3.11	Phasenübergang im van der Waals-Gas	110
3.11.1	Stabilität und Instabilität, kritischer Punkt	110
3.11.2	Maxwell-Konstruktion des Gleichgewichtsdrucks	112
3.11.3	Ordnung eines Phasenübergangs	116
3.11.4	Berechnung der latenten Wärme	118
3.12	Systeme mit mehreren Komponenten	118
3.12.1	Generalisierte Potenziale, Gibbs-Duhem-Relation	119
3.12.2	Chemische Gleichgewichte	125
3.12.3	Massenwirkungsgesetz	127

II Statistische Ensembles und Quantenstatistik 133

4	Das kanonische und großkanonische Ensemble	135
4.1	Das kanonische Ensemble	136
4.1.1	Mikroskopisches Untersystem	137
4.1.2	Makroskopisches kleines Untersystem	141
4.1.3	Kanonische Verteilung bei gegebenem \bar{E}	141
4.2	Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung	142
4.2.1	Herleitung aus der kanonischen Verteilung	142
4.2.2	Eigenschaften der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung	144
4.3	Gleichverteilungssatz (Äquipartitionstheorem)	146
4.4	Die kanonische Zustandssumme	151
4.4.1	Mittlere Energie, Schwankungsquadrat	152
4.4.2	Generalisierte Kräfte, Zustandsgleichungen	154
4.4.3	Entropie	155
4.4.4	Freie Energie	156
4.4.5	Dritter Hauptsatz, Adiabatische Entmagnetisierung	158
4.4.6	Kanonische Verteilung: Zusammenfassung	160
4.4.7	Bezug zwischen mikrokanonischem und kanonischem Ensemble	161
4.5	Großkanonisches Ensemble	165
4.5.1	Definition	165
4.5.2	Mittelwerte, generalisierte Kräfte, Entropie	167
4.5.3	Großkanonisches Potenzial Φ	168
4.5.4	Großkanonische Verteilung: Zusammenfassung	169
4.6	Ensembles: Vergleich	170
4.6.1	Statistischer Operator und Entropie	171
4.6.2	Extremalprinzipien	174
4.6.3	Vergleich der Wahrscheinlichkeitsverteilungen	177
5	Elementare Anwendungen der statistischen Mechanik	179
5.1	Das Ideale Gas als kanonisches Ensemble	179
5.1.1	Kanonische Zustandssumme	179
5.1.2	Thermische Zustandsgleichung, mittlere Energie	180

5.1.3	Entropie	181
5.1.4	Gibbssches Paradoxon und Ununterscheidbarkeit von Teilchen	182
5.1.5	Relativistisches ideales Gas	184
5.1.6	Gemisch realer Gase	186
5.2	Ideales Gas in großkanonischer Form	186
5.3	Spezifische Wärme eines Festkörpers (Einstein-Modell)	188
5.3.1	Der harmonische Oszillator	189
5.3.2	Einstein-Modell	190
5.4	Paramagnetismus	191
5.5	Verdünnte Gase und Lösungen, Osmose	193
6	Quantenstatistik idealer Gase	197
6.1	Identische Teilchen und Statistik	198
6.1.1	(Anti)symmetrische Vielteilchenzustände	198
6.1.2	Besetzungszahlen, Zustandssummen	199
6.2	Bose-Einstein- und Fermi-Dirac-Statistik	200
6.2.1	Großkanonische Zustandssumme der Bose-Einstein- und Fermi-Dirac-Statistik	201
6.2.2	Bosonen	202
6.2.3	Fermionen	205
6.2.4	Photonen, Phononen	207
6.2.5	Maxwell-Boltzmann-Statistik und klassischer Grenzfall der Bose-Einstein- und Fermi-Dirac-Statistik	208
6.2.6	Druck	210
7	Anwendungen der Quantenstatistik	213
7.1	Wärmestrahlung, Planck-Verteilung	213
7.1.1	Energiedichte	214
7.1.2	Strahlungsdichte	217
7.2	Kosmischer Mikrowellenhintergrund	219
7.2.1	Energiedichten des Universums	219
7.2.2	Expansion und Thermodynamik des Universums	220
7.2.3	Ursprung des Mikrowellenhintergrundes, Saha-Gleichung	222
7.3	Nukleosynthese im frühen Universum	226
7.3.1	Protonen und Neutronen, "Freeze-out"	227
7.3.2	Deuteron-Synthese	229
7.3.3	Leichte Kerne und Baryonische Materie	230
7.4	Gitterschwingungen	232
7.4.1	Normalschwingungen	232
7.4.2	Zustandssumme, spezifische Wärme	233
7.4.3	Debye-Approximation	235
7.5	Bose-Einstein-Kondensation	238
7.5.1	Berechnung des chemischen Potentials	239
7.5.2	Phasenübergang	241

7.5.3	Eigenschaften des kondensierten Bose-Gases	245
7.5.4	Experimente: Ultrakalte Quantengase	247
7.6	Leitungselektronen im Festkörper: Spezifische Wärme, Fermidruck	252
7.6.1	Fermi-Verteilung, Fermikante	253
7.6.2	Die spezifische Wärme	256
7.6.3	Der Fermidruck	259
7.7	Weiße Zwerge, Neutronensterne	260
7.7.1	Stabilität der Weißen Zwerge	260
7.7.2	Neutronensterne	267
7.8	Ferromagnetismus	269
7.8.1	Weiss'sche Molekularfeldnäherung	270
7.8.2	Spontane Symmetriebrechung	275
8	Irreversible Prozesse, Transport, Fluktuationen	279
8.1	Mastergleichung	279
8.1.1	Abgeschlossene Systeme	279
8.1.2	Boltzmann-Gleichung und Transportphänomene	282
8.1.3	Nichtgleichgewichts-System im Kontakt mit Wärmereservoir	285
8.2	Magnetische Resonanz	289
8.2.1	Statisches Magnetfeld	289
8.2.2	Statisches Magnetfeld und Wechselfeld	291
8.3	Dynamische Kernpolarisation	293
8.4	Brownsche Bewegung	295
8.4.1	Langevin-Gleichung	295
8.4.2	Dissipation, Diffusion	298
9	Der zentrale Grenzwertsatz der Statistik	303
9.1	Das Random-Walk-Problem	303
9.1.1	Gesetz großer Zahlen	303
9.1.2	Normalverteilung	306
9.2	Zentraler Grenzwertsatz	308
Anhang		312
Literaturverzeichnis		313
Sachverzeichnis		315