

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V	5 Funktionentheorie – Analysis im Komplexen	95
1 Mathematik – eine lebendige Wissenschaft	1	5.1 Holomorphe Funktionen	96
1.1 Über Mathematik, Mathematiker und dieses Lehrbuch	2	5.2 Das Wegintegral im Komplexen	102
1.2 Die didaktischen Elemente dieses Lehrbuchs	5	5.3 Der Integralsatz von Cauchy	107
1.3 Ratschläge zum weiterführenden Studium der Mathematik	8	5.4 Nullstellen	116
1.4 Entwicklung und historische Einordnung der Gebiete	9	5.5 Identitätssatz und Maximumprinzip	119
		5.6 Singularitäten	124
		5.7 Laurentreihen	130
		5.8 Der Residuensatz	134
		Zusammenfassung	142
		Aufgaben	145
2 Lineare Differenzialgleichungen – Systeme und Gleichungen höherer Ordnung	15	6 Differenzialformen und der allgemeine Satz von Stokes	149
2.1 Grundlagen	16	6.1 Mannigfaltigkeiten in \mathbb{R}^n	150
2.2 Systeme von Differenzialgleichungen	19	6.2 Differenzialformen	159
2.3 Differenzialgleichungen höherer Ordnung .	27	6.3 Integration von Formen und der Satz von Stokes	183
Zusammenfassung	34	Zusammenfassung	203
Aufgaben	36	Aufgaben	205
3 Randwertprobleme und nichtlineare Differenzialgleichungen – Funktionen sind gesucht	41	7 Grundzüge der Maß- und Integrations- theorie – vom Messen und Mitteln	209
3.1 Separable Differenzialgleichungen	42	7.1 Inhaltsproblem und Maßproblem	210
3.2 Exakte Differenzialgleichungen und integrierender Faktor	47	7.2 Mengensysteme	212
3.3 Randwertprobleme	52	7.3 Inhalte und Maße	216
3.4 Eigenwertprobleme	57	7.4 Messbare Abbildungen, Bildmaße	227
3.5 Die Laplace-Transformation	62	7.5 Das Maß-Integral	236
Zusammenfassung	66	7.6 Nullmengen, Konvergenzsätze	244
Aufgaben	68	7.7 \mathcal{L}^p -Räume	247
4 Qualitative Theorie – jenseits von analytischen und mehr als numerische Lösungen	71	7.8 Maße mit Dichten	251
4.1 Maximales Existenzintervall und stetige Abhängigkeit der Lösungen von den Daten	72	7.9 Produktmaße, Satz von Fubini	258
4.2 Stabilität und Fluss	74	Zusammenfassung	264
4.3 Stabilität von linearen Systemen und Linearisierung	81	Aufgaben	266
4.4 Der Satz von Poincaré-Bendixson	85	8 Lineare Funktionalanalysis – Operatoren statt Matrizen	273
4.5 Bifurkation: Verzweigung von Gleichgewichtspunkten	86	8.1 Lineare beschränkte Operatoren	274
Zusammenfassung	88	8.2 Grundlegende Prinzipien der Funktionalanalysis	288
Aufgaben	91	8.3 Funktionale und Dualräume	295
		Zusammenfassung	308
		Aufgaben	309

9	Fredholm-Gleichungen – kompakte Störungen der Identität	313	14	Numerik linearer Gleichungssysteme – Millionen von Variablen im Griff	483
9.1	Kompakte Mengen und Operatoren	314	14.1	Gauß-Elimination und QR-Zerlegung	484
9.2	Die Riesz-Theorie	320	14.2	Splitting-Methoden	499
9.3	Die Fredholm'sche Alternative	325	14.3	Mehrgitterverfahren	512
	Zusammenfassung	336	14.4	Krylov-Unterraum-Methoden	521
	Aufgaben	337		Zusammenfassung	541
				Aufgaben	543
10	Hilberträume – fast wie im Anschauungsraum	341	15	Numerische Eigenwertberechnung – Einschließen und Approximieren	547
10.1	Funktionale in Hilberträumen	342	15.1	Eigenwerteinschließen	548
10.2	Fouriertheorie	349	15.2	Potenzmethode und Varianten	555
10.3	Spektraltheorie kompakter, selbstadjungierter Operatoren	358	15.3	Jacobi-Verfahren	561
	Zusammenfassung	369	15.4	QR-Verfahren	568
	Aufgaben	370		Zusammenfassung	578
				Aufgaben	579
11	Warum Numerische Mathematik? – Modellierung, Simulation und Optimierung	373	16	Lineare Ausgleichsprobleme – im Mittel das Beste	583
11.1	Chancen und Gefahren	374	16.1	Existenz und Eindeutigkeit	584
11.2	Ordnungssymbole und Genauigkeit	378	16.2	Lösung der Normalgleichung	591
11.3	Kondition und Stabilität	384	16.3	Lösung des Minimierungsproblems	593
	Zusammenfassung	391	16.4	Störungstheorie	603
	Aufgaben	394		Zusammenfassung	605
				Aufgaben	608
12	Interpolation – Splines und mehr	397	17	Nichtlineare Gleichungen und Systeme – numerisch gelöst	611
12.1	Der Weierstraß'sche Approximationssatz und die Bernstein-Polynome	398	17.1	Bisektion, Regula Falsi, Sekantenmethode und Newton-Verfahren	612
12.2	Die Lagrange'sche Interpolationsformel ...	401	17.2	Die Theorie der Iterationsverfahren	621
12.3	Newton'sche Interpolationsformel	407	17.3	Das Newton-Verfahren und seine Varianten	630
12.4	Splines	416	17.4	Die Dynamik von Iterationsverfahren – Ordnung und Chaos	642
12.5	Trigonometrische Polynome	422		Zusammenfassung	647
	Zusammenfassung	431		Aufgaben	650
	Aufgaben	435			
13	Quadratur – numerische Integrationsmethoden	439	18	Numerik gewöhnlicher Differenzialgleichungen – Schritt für Schritt zur Trajektorie	655
13.1	Grundlegende Definitionen	440	18.1	Grundlagen	656
13.2	Interpolatorische Quadraturformeln	443	18.2	Einschrittverfahren	658
13.3	Eine Fehlertheorie mit Peano-Kernen	453	18.3	Mehrschrittverfahren	673
13.4	Von der Trapezregel durch Extrapolation zu neuen Ufern	459	18.4	Unbedingt positivitätserhaltende Verfahren	687
13.5	Gauß-Quadratur	464		Zusammenfassung	695
13.6	Was es noch gibt: Adaptive Quadratur, uneigentliche Integrale und optimale Quadraturverfahren	473		Aufgaben	697
	Zusammenfassung	477			
	Aufgaben	480			

19 Wahrscheinlichkeitsräume – Modelle für stochastische Vorgänge	701	22 Stetige Verteilungen und allgemeine Betrachtungen – jetzt wird es analytisch	813
19.1 Grundräume und Ereignisse	702	22.1 Verteilungsfunktionen und Dichten	814
19.2 Zufallsvariablen	705	22.2 Transformationen von Verteilungen	822
19.3 Das Kolmogorov'sche Axiomensystem	707	22.3 Kenngrößen von Verteilungen	833
19.4 Verteilungen von Zufallsvariablen, Beispiel-Klassen	709	22.4 Wichtige stetige Verteilungen	841
19.5 Folgerungen aus den Axiomen	714	22.5 Bedingte Verteilungen und bedingte Dichten	846
19.6 Elemente der Kombinatorik	719	22.6 Charakteristische Funktionen (Fourier-Transformation)	853
19.7 Urnen- und Fächer-Modelle	724	Zusammenfassung	859
Zusammenfassung	728	Aufgaben	861
Aufgaben	731		
20 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit – Meister Zufall hängt (oft) ab	735	23 Konvergenzbegriffe und Grenzwertsätze – Stochastik für große Stichproben	867
20.1 Modellierung mehrstufiger stochastischer Vorgänge	736	23.1 Konvergenz fast sicher, stochastisch und im p -ten Mittel	868
20.2 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	739	23.2 Das starke Gesetz großer Zahlen	872
20.3 Stochastische Unabhängigkeit	744	23.3 Verteilungskonvergenz	878
20.4 Folgen unabhängiger Zufallsvariablen	751	23.4 Zentrale Grenzwertsätze	887
20.5 Markov-Ketten	754	Zusammenfassung	895
Zusammenfassung	762	Aufgaben	896
Aufgaben	764		
21 Diskrete Verteilungsmodelle – wenn der Zufall zählt	769	24 Grundlagen der Mathematischen Statistik – vom Schätzen und Testen	901
21.1 Diskrete Zufallsvariablen	770	24.1 Einführende Betrachtungen	902
21.2 Erwartungswert und Varianz	773	24.2 Punktschätzung	906
21.3 Wichtige diskrete Verteilungen	782	24.3 Konfidenzbereiche	916
21.4 Kovarianz und Korrelation	788	24.4 Statistische Tests	927
21.5 Bedingte Erwartungswerte und bedingte Verteilungen	794	24.5 Optimalitätsfragen: Das Lemma von Neyman-Pearson	944
21.6 Erzeugende Funktionen	800	24.6 Elemente der nichtparametrischen Statistik	949
Zusammenfassung	803	Zusammenfassung	963
Aufgaben	806	Aufgaben	965
		Hinweise zu den Aufgaben	971
		Lösungen zu den Aufgaben	982
		Bildnachweis	989
		Index	991