

Inhaltsverzeichnis

Vorkurs	10
0 Anknüpfung an Schulstoff	10
0.1 Rechnen mit Brüchen	10
0.2 Gleichungen lösen	11
0.3 Terme umformen	11
0.4 Differenzieren und Integrieren	12
0.5 Addition und Multiplikation unterscheiden	13
0.6 Wie schreibt man Lösungen auf?	13
Zahlen und Abbildungen	14
1 Aufbau des Zahlsystems	14
1.1 Natürliche Zahlen	14
1.2 Ganze Zahlen	15
1.3 Rationale Zahlen	15
1.4 Reelle Zahlen	16
1.5 Komplexe Zahlen	18
1.6 Der n -dimensionale Raum	21
1.7 Aufgaben 1–16	23
2 Abbildungen (ergänzend)	26
2.1 Umkehrabbildung	28
2.2 Kompositum von Abbildungen	29
2.3 Aufgaben 17–20	29
Analysis	30
3 Folgen und Grenzwerte	30
3.1 Konvergenz und Divergenz	31
3.2 Geometrische Reihe	35
3.3 Unendliche Reihen	36
3.4 Fibonacci-Folge	38
3.5 Weiterführendes über Reihen (ergänzend)	40

MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN IN BIOLOGIE UND GEOWISSENSCHAFTEN, UNIVERSITÄT GÖTTINGEN 2014/15

3.6	Aufgaben 21–28	41
4	Stetige Funktionen	43
4.1	Grenzwertbegriff bei Funktionen und Stetigkeit	44
4.2	Umkehrfunktion	47
4.3	Lineare Funktionen	48
4.4	Quadratische Funktionen	49
4.5	Gerade und ungerade Funktionen	50
4.6	Sinus und Cosinus	51
4.7	Die Exponentialfunktion	54
4.8	Gaußsche Glockenkurve	55
4.9	Allgemeine Potenz	56
4.10	Aufgaben 29–47	57
5	Differentialrechnung	62
5.1	Differenzierbarkeit	62
5.2	Beispiele differenzierbarer Funktionen	64
5.3	Differentiationsregeln	65
5.4	Anwenden der Regeln	66
5.5	Mittelwertsatz	67
5.6	Ableitungstest	68
5.7	Lokale Extrema (ergänzend)	69
5.8	Aufgaben 48–58	71
6	Integralrechnung	74
6.1	Das Riemann-Integral	74
6.2	Integrieren und Differenzieren	76
6.3	Integrationsregeln	78
6.4	Aufgaben 59–67	80
7	Differentialgleichungen 1. Ordnung	82
7.1	Homogene lineare DGL $y' = a(x)y$	82
7.2	Lineare DGL $y' = a(x)y + b(x)$	84
7.3	DGL mit getrennten Variablen $y' = f(x)g(y)$	85
7.4	DGL vom Typ $y' = g(y)$	86
7.5	Übersichtstabelle	87
7.6	Lösen mit Substitution (ergänzend)	88
7.7	Aufgaben 68–76	92
8	Funktionen mehrerer Veränderlicher	94
8.1	Reellwertige Funktionen	94
8.2	Der Graph einer Funktion	95
8.3	Stetigkeit	97
8.4	Offene Mengen im \mathbb{R}^n	98
8.5	Partielle Differenzierbarkeit	99
8.6	Höhere partielle Ableitungen	101
8.7	Extremalstellen	103

8.8	Extremalbedingungen bei zwei Veränderlichen	104
8.9	Nebenbedingungen (ergänzend)	106
8.10	Aufgaben 77–98	108
Lineare Algebra		113
9	Matrizenrechnung	113
9.1	Wie sieht eine Matrix aus?	114
9.2	Addition von Matrizen und Skalarmultiplikation	114
9.3	Produkt von Matrizen	115
9.4	Diagonalmatrizen	117
9.5	Transponierte Matrix	117
9.6	Determinante	118
9.7	Determinante einer 3×3 -Matrix	119
9.8	Regeln für die Determinante	121
9.9	Formel für die inverse Matrix	122
9.10	Aufgaben 99–111	123
10	Lineare Gleichungssysteme	127
10.1	Matrzenschreibweise $A\vec{x} = \vec{b}$	128
10.2	Cramersche Regel	129
10.3	Gaußscher Algorithmus	131
10.4	Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems	134
10.5	Aufgaben 112–124	135
Fortsetzung Analysis		138
11	DGL-Systeme	138
12	Nochmals der Grenzwertbegriff	142
12.1	Aufgabe 125	144
13	Uneigentliche Integrale	145
13.1	Der Integrand ist an einer Stelle nicht definiert	145
13.2	Integrale mit unendlichen Grenzen	147
14	Kurven im \mathbb{R}^n	149
Fortsetzung Lineare Algebra (ergänzend)		151
15	Vektorrechnung	151
15.1	Vektoren im \mathbb{R}^n	152
15.2	Addition von Vektoren	153
15.3	Multiplikation mit einem Skalar	153
15.4	Skalarprodukt	155
15.5	Orthonormalbasis	156
15.6	Normierung auf Länge 1	158
15.7	Lineare Unabhängigkeit und Basis	158
15.8	Vektorprodukt	160

15.9 Spatprodukt	161
15.10 Aufgaben 126–133	162
16 Lineare Abbildungen	164
16.1 Beispiele für lineare Abbildungen	164
16.2 Darstellung durch Matrizen	165
16.3 Eigenwerte und Eigenvektoren	167
16.4 Aufgaben 134–138	168
Diskrete Mathematik (ergänzend)	170
17 Kombinatorik	170
17.1 Anzahl geordneter k -Tupel ohne Wiederholung	170
17.2 Anzahl geordneter k -Tupel mit Wiederholung	172
17.3 Anzahl von k -Kombinationen mit Wiederholung	172
17.4 Anzahl von k -Kombinationen ohne Wiederholung	173
17.5 Zusammenfassung der Ergebnisse	174
17.6 Urnenmodell	174
17.7 Binomialkoeffizienten	175
17.8 Anzahl der Teilmengen einer endlichen Menge	176
17.9 Binomialsatz	177
17.10 Ein weiteres kombinatorisches Problem	177
17.11 Aufgaben 139–146	178
18 Rekursionsprobleme	179
18.1 Fibonacci-Rekursion	179
18.2 Weitere Rekursionen	180
18.3 Kubische Gleichungen	182
18.4 Aufgaben 147–150	182
Resultate der Aufgaben	184
Symbolverzeichnis	200
Literaturverzeichnis	202
Index	204