

Inhaltsverzeichnis

Grundlagen	10
1 Einige elementare Funktionen	10
2 Differenzieren und Integrieren	14
2.1 Der Hauptsatz	14
2.2 Regeln beim Differenzieren	15
2.3 Ableitungen elementarer Funktionen	16
2.4 Regeln beim Integrieren	16
2.5 Einige unbestimmte Integrale	17
2.6 Aufgaben 1, 2	18
3 Grundlegende Begriffe	19
3.1 Was verstehen wir unter einer DGL?	19
3.2 Lineare DGL	20
3.3 DGL-Systeme	21
3.4 Lineare DGL-Systeme	23
3.5 Aufgaben 3–6	24
3.6 Erläuterungen von Sven Jäger zum Titelbild	24
DGL erster Ordnung	29
4 Explizite DGL	29
4.1 DGL mit getrennten Variablen $y' = f(x)g(y)$	29
4.2 Lineare DGL $y' = a(x)y + b(x)$	31
4.3 Bernoulli- und Riccati-DGL	35
4.4 Homogene DGL	38
4.5 DGL $y' = f\left(\frac{ax+by+c}{\alpha x+\beta y+\gamma}\right)$	39
4.6 Übersichtstabelle	41
4.7 Verlauf von Lösungskurven	41
4.8 Aufgaben 7–14	46
5 Implizite DGL	47
5.1 Exakte DGL	47

5.2 Beispiele für $F(x, y, y') = 0$	50
5.3 Aufgaben 15–18	52
DGL zweiter Ordnung	53
6 Lösungsmethoden für $y'' = f(x, y, y')$	53
6.1 DGL $y'' = f(x)$	53
6.2 DGL $y'' = f(x, y')$	54
6.3 DGL $y'' = f(y)$	55
6.4 DGL $y'' = f(y, y')$	57
6.5 Aufgaben 19–22	58
7 Lineare DGL zweiter Ordnung	59
7.1 DGL $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$	59
7.2 Fundamentalsystem, wenn eine Lösung bekannt ist	63
7.3 Beseitigen des zweithöchsten Gliedes	66
7.4 DGL $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = b(x)$	69
7.5 Lineare DGL mit konstanten Koeffizienten	71
7.6 Euler-DGL	76
7.7 Exkurs über die Legendre-DGL	79
7.8 Aufgaben 23–32	89
DGL höherer Ordnung	91
8 Lineare DGL höherer Ordnung	91
8.1 Homogene DGL	91
8.2 Inhomogene DGL	95
8.3 Fundamentalsystem bei konstanten Koeffizienten	97
8.4 Euler-DGL	103
8.5 Aufgaben 33–36	104
DGL-Systeme	106
9 DGL-Systeme mit zwei Gleichungen	106
9.1 Lineare 2×2 -Systeme	106
9.2 Fundamentalsystem, wenn eine Lösung bekannt ist	110
9.3 Rückführung auf eine DGL 2. Ordnung	111
9.4 Autonome 2×2 -Systeme	113
9.5 Aufgaben 37–40	122
10 Existenz- und Eindeutigkeitssätze	123
10.1 Lipschitz-Bedingung	123
10.2 Satz von Picard-Lindelöf	124
10.3 Konvergenz der Picard-Iteration	126
10.4 Eindeutigkeitssatz	130
10.5 Fortsetzung von Lösungen	131
10.6 Anwendung auf eine DGL n -ter Ordnung	134

10.7	Numerische Lösungsverfahren	134
10.8	Abhängigkeitssätze	138
10.9	Aufgaben 41–43	143
11	Lineare Systeme	144
11.1	Existenz- und Eindeutigkeitssatz	144
11.2	Homogene lineare Systeme	146
11.3	Anwendung auf eine DGL n -ter Ordnung	149
11.4	Inhomogene lineare Systeme	150
11.5	Aufgabe 44	151
12	Systeme mit konstanten Koeffizienten	152
12.1	Fundamentalsystem bei Diagonalisierbarkeit	152
12.2	Rückführung auf eine Normalform	157
12.3	Exponentialfunktion einer Matrix	162
12.4	Existenz- und Eindeutigkeitssatz	165
12.5	Aufgaben 45–48	167
Weitere Aufgaben		168
13	Ergänzungsaufgaben 49–67	168
14	Wiederholungsaufgaben 68–80	171
Ergebnisse der Aufgaben		173
Literaturverzeichnis		178
Index		181