

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Grundbegriffe und Beispiele</b>	1
1.1	Grundlegende Definitionen	1
1.2	Beispiele	5
1.3	Weiterführende Definitionen mit Beispielen	34
1.4	Homomorphismen	44
1.5	Aufgaben	58
	Literatur	67
<b>2</b>	<b>Darstellungen von Gruppen</b>	69
2.1	Definition von Darstellungen mit Beispielen	69
2.2	Äquivalente Darstellungen, reduzible und irreduzible Darstellungen	78
2.3	Lemmata von Schur, Orthogonalitätsrelationen, Kriterien für Irreduzibilität	91
2.4	Konstruktion einer Charaktertafel	102
2.5	Clebsch-Gordan-Zerlegung	105
2.6	Aufgaben	107
	Literatur	114
<b>3</b>	<b>Kontinuierliche Gruppen: Lie-Gruppen und Lie-Algebren</b>	115
3.1	Lie-Gruppen	115
3.2	Invariante Integration	123
3.3	Lie-Algebren	130
3.4	Zusammenhang zwischen Lie-Gruppen und Lie-Algebren	132
3.5	Aufgaben	134
	Literatur	137
<b>4</b>	<b>Die Gruppen <math>SO(3)</math> und <math>SU(2)</math></b>	139
4.1	Die Drehgruppe $SO(3)$	139
4.2	Irreduzible Darstellungen, Charaktere und Clebsch-Gordan-Zerlegung	143

4.2.1	Irreduzible Darstellungen . . . . .	143
4.2.2	Charaktere . . . . .	149
4.2.3	Clebsch-Gordan-Zerlegung . . . . .	151
4.3	Clebsch-Gordan-Koeffizienten und Wigner-Eckart-Theorem . . . . .	152
4.3.1	Ungekoppelte und gekoppelte Basis . . . . .	152
4.3.2	Basiswechsel und Clebsch-Gordan-Koeffizienten . . . . .	153
4.3.3	Algorithmus zur Berechnung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten . . . . .	155
4.3.4	Eigenschaften der Clebsch-Gordan-Koeffizienten . . . . .	160
4.3.5	Verfahren zur Konstruktion irreduzibler Darstellungen höherer Dimensionen . . . . .	161
4.3.6	Wigner-Eckart-Theorem . . . . .	163
4.4	Beispiele . . . . .	171
4.5	Aufgaben . . . . .	182
	Literatur . . . . .	188
<b>5</b>	<b>SU(<math>N</math>) und Quarks . . . . .</b>	<b>191</b>
5.1	Physikalische Motivation . . . . .	191
5.2	Mathematische Vorbemerkungen . . . . .	196
5.3	SU(2) (Isospin) . . . . .	200
5.4	SU(3) . . . . .	212
5.4.1	Der achtfache Pfad . . . . .	212
5.4.2	Lie-Algebra $\text{su}(3)$ und Gell-Mann-Matrizen . . . . .	213
5.4.3	Fundamentaldarstellung 3 und dazu konjugierte Darstellung $\bar{3}$ . . . . .	215
5.4.4	Grafische Konstruktion . . . . .	217
5.4.5	$T$ -, $U$ - und $V$ -Spin . . . . .	220
5.5	SU( $N$ )-Multipletts und Young-Diagramme . . . . .	224
5.5.1	Bezeichnung von SU( $N$ )-Multipletts . . . . .	225
5.5.2	Anzahl von Zuständen in einem SU( $N$ )-Multiplett . . . . .	226
5.5.3	Tensordarstellung der Permutationsgruppe $S_n$ . . . . .	227
5.5.4	Zusammenhang zwischen Young-Diagrammen und SU( $N$ )-Multipletts . . . . .	234
5.5.5	Kopplung von Multipletts . . . . .	236
5.5.6	Nichtrelativistisches Quarkmodell . . . . .	240
5.6	Aufgaben . . . . .	243
	Literatur . . . . .	254
<b>6</b>	<b>Das Noether-Theorem . . . . .</b>	<b>257</b>
6.1	Das Noether-Theorem in der klassischen Feldtheorie . . . . .	258
6.2	Zum Noether-Theorem in der Quantenfeldtheorie . . . . .	262
6.3	Aufgaben . . . . .	284
	Literatur . . . . .	286

<b>7 Eichtheorien</b>	287
7.1 Lokale Symmetrien	288
7.1.1 Quantenelektrodynamik	288
7.1.2 Yang-Mills-Theorien	293
7.2 Die Lagrange-Dichte der Quantenchromodynamik	299
7.3 Zufällige globale Symmetrien von $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$	302
7.3.1 Chiraler Grenzfall	302
7.3.2 Die chirale Algebra	306
7.3.3 Quarkmassen und explizite Brechung der chiralen Symmetrie	308
7.4 Aufgaben	311
Literatur	316
<b>8 Spontan gebrochene Symmetrien</b>	319
8.1 Entartete Grundzustände	320
8.2 Spontane Brechung einer globalen, kontinuierlichen Symmetrie	327
8.2.1 Beispiel: Abelscher Fall	327
8.2.2 Nicht-abelscher Fall am Beispiel SO(3)	330
8.2.3 Verallgemeinerung	331
8.3 Das Goldstone-Theorem	334
8.4 Explizite Symmetriebrechung	338
8.5 Spontane Symmetriebrechung in der QCD	339
8.5.1 Das Hadronenspektrum	339
8.5.2 Das skalare Singulettquarkkondensat	342
8.6 Beispiel für eine nichtlineare Realisierung	346
8.6.1 Vorbetrachtungen	346
8.6.2 Anwendung auf die QCD	348
8.7 Spontane Brechung einer lokalen, kontinuierlichen Symmetrie	354
8.7.1 Beispiel: Abelscher Fall	354
8.7.2 Nicht-abelscher Fall am Beispiel SO(3)	358
8.8 Aufgaben	360
Literatur	372
<b>9 Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik</b>	375
9.1 Phänomenologie und Fakten	375
9.2 Lagrange-Dichte des Standardmodells	378
9.2.1 Starke Wechselwirkung (QCD)	378
9.2.2 Elektroschwache Wechselwirkungen	379
9.3 Vereinheitlichte Theorien und SU(5)	399
Literatur	408
<b>Anhang A</b>	411
A.1 Zusammenstellung einiger mathematischer Grundbegriffe	411
A.2 Natürliche Einheiten	415
A.3 Vierervektoren und Tensoren	416

A.3.1	Vierervektoren . . . . .	416
A.3.2	Lorentz-Tensoren . . . . .	418
A.3.3	Lorentz-Tensorfelder . . . . .	422
A.4	Lagrange-Formalismus für Felder und kanonische Quantisierung .	424
A.4.1	Lagrange-Formalismus für Felder . . . . .	424
A.4.2	Kanonische Quantisierung des skalaren Feldes . . . . .	437
A.4.3	Quantisierung des Dirac-Feldes . . . . .	444
A.5	Aufgaben . . . . .	450
<b>Sachverzeichnis</b>		<b>453</b>