

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Überblick	1
1.2	Licht und Lichtgeschwindigkeit	2
1.3	Kurzer Abriss der Elektrodynamik	4
1.4	Kurzer Abriss der Newton'schen Gravitationstheorie	7
1.4.1	Äquivalenzprinzip	10
1.4.2	Schwarzschild-Radius	10
1.4.3	Gravitative Bindungsenergie	12
1.4.4	Kosmische Geschwindigkeiten	13
1.5	Astrophysikalische Grundlagen	16
1.5.1	Kleiner Überblick über unser Sonnensystem	16
1.5.2	Längeneinheiten in der Astronomie und Astrophysik	21
1.5.3	Helligkeit von Sternen	22
1.5.4	Sternenhimmel im Jahresverlauf	24
1.5.5	Aberration von Sternlicht	26
1.5.6	Entfernungsbestimmung auf astronomischen Skalen	28
1.5.7	Koordinatensysteme	30
1.6	Übungsaufgaben	33
	Literatur	34

Teil I Spezielle Relativitätstheorie

2	Weg zur speziellen Relativitätstheorie	39
2.1	Modell der Lichtausbreitung im 19. Jahrhundert	40
2.2	Michelson-Morley-Experiment	40
2.3	Fizeau-Versuch zur Äthermitbewegung	44
2.4	Relativitätsprinzip und Inertialsysteme	45
	Literatur	46

3	Lorentz-Transformation	47
3.1	Transformation zwischen Bezugssystemen	47
3.2	Motivation der Lorentz-Transformation	50
3.3	Matrixdarstellung	52
3.3.1	Spezielle Lorentz-Transformationen	53
3.3.2	Vergleich mit der Galilei-Transformation	54
3.3.3	Rapidität	55
3.3.4	Hintereinanderschaltung von Lorentz-Transformationen	55
3.4	Additionstheorem der Geschwindigkeit	57
3.4.1	Geschwindigkeitsaddition und Rapidität	59
3.4.2	Addition nicht paralleler Geschwindigkeiten	59
3.5	Minkowski-Diagramm	63
3.6	Übungsaufgaben	65
	Literatur	66
4	Physikalische Folgen der Lorentz-Invarianz	67
4.1	Verlust der Gleichzeitigkeit	67
4.2	Lorentz-Kontraktion bewegter Maßstäbe	69
4.3	Bewegte Uhren: Zeitdilatation	70
4.4	Paradoxa der SRT	72
4.4.1	Das Stab-Rahmen-Paradoxon	73
4.4.2	Das Uhrenparadoxon	76
4.4.3	Das Zwillingsparadoxon	79
4.5	Übungsaufgaben	79
	Literatur	79
5	Mathematischer Formalismus der SRT	81
5.1	Minkowski-Raum	82
5.1.1	Definition des Minkowski-Raumes	82
5.1.2	Definition der Lorentz-Transformation	83
5.2	Kontra- und kovariante Vektoren	86
5.2.1	Transformationsverhalten der Differentiale und Koordinatenableitungen	86
5.2.2	Tensoralgebra	87
5.2.3	Tensoreigenschaft des Differentialoperators	89
5.2.4	Eigenzeit	89
6	Relativistische Mechanik	91
6.1	Vierergeschwindigkeit	92
6.2	Viererbeschleunigung	92
6.3	Viererimpuls	93
6.4	Viererkraft	93
6.5	Kräftefreie Bewegung	94
6.6	Relativistische Energie	96
6.6.1	Äquivalenz von Masse und Energie	96

6.6.2	Photonen und der Compton-Effekt	98
6.6.3	Weitere Beispiele	101
6.7	Reise mit konstanter Beschleunigung	103
6.7.1	Bewegungsgleichungen	103
6.7.2	Anwendung auf das Zwillingsparadoxon	105
6.8	Relativistische Kreisbahn	109
6.9	Übungsaufgaben	111
Literatur	113
7	Kovariante Formulierung der Elektrodynamik	115
7.1	Potentiale in der klassischen Elektrodynamik	115
7.2	Formulierung mit Viererpotential	117
7.3	Formulierung mit dem Feldstärketensor	120
7.3.1	Feldstärketensor	120
7.3.2	Dualer Feldstärketensor	121
7.3.3	Erste Schlussfolgerungen	122
7.3.4	Kovariante Form der Maxwell-Gleichungen	123
7.4	Wechsel des Bezugssystems	124
7.5	Feld einer bewegten Punktladung	125
7.6	Kovariante Form der Lorentz-Kraft	128
7.7	Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes	129
7.7.1	Einführung des Energie-Impuls-Tensors	129
7.7.2	Interpretation des Energie-Impuls-Tensors	131
7.8	Übungsaufgaben	134
Literatur	134
8	Visuelle Effekte bei hohen Geschwindigkeiten	135
8.1	Relativistischer Dopplereffekt	135
8.1.1	Elektromagnetische Wellen im Vakuum	136
8.1.2	Transformation des Viererwellenvektors	136
8.1.3	Dopplereffekt und Aberration	138
8.2	Ewig konstant beschleunigte Rakete	142
8.2.1	Nachrichten von der Erde an den Raumfahrer	142
8.2.2	Nachrichten vom Raumfahrer an die Erde	144
8.2.3	Aussehen des Sternenhimmels	145
8.3	Aussehen schnell bewegter Objekte	147
8.4	Übungsaufgaben	151
Literatur	151
9	Visualisierung in der SRT	153
9.1	Visualisierungstechniken	154
9.1.1	Bildbasierte Methode	154
9.1.2	Polygon Rendering	157
9.1.3	Ray Tracing	159
9.1.4	Weitere Verfahren	160

9.2 Beispiele	160
9.2.1 Bildbasierte Methode	160
9.2.2 Polygon Rendering	163
9.2.3 Scheinbare Rotation eines Würfels	164
9.2.4 Kugelsilhouette bleibt kreisförmig	165
Literatur	167

Teil II Allgemeine Relativitätstheorie

10 Äquivalenzprinzip als Basis der ART	171
10.1 Träge Masse	172
10.2 Schwere Masse	173
10.3 Fallexperimente	173
10.3.1 Beschleunigtes Labor	174
10.3.2 Ruhendes Labor	175
10.4 Lichtablenkung im Schwerefeld	176
10.5 Mathematische Bedeutung des Äquivalenzprinzips	178
10.6 Übungsaufgaben	178
Literatur	179
11 Riemann'sche Geometrie	181
11.1 Riemann'sche Räume	182
11.1.1 Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	182
11.1.2 Definition des Riemann'schen Raumes	182
11.1.3 Tangentialraum und Kotangentialraum	182
11.2 Tensorrechnung in der ART	184
11.2.1 Kontra- und Kovariante Tensoren	184
11.2.2 Tensoren höherer Stufe	185
11.2.3 Linearformen	186
11.2.4 Metrischer Tensor	186
11.2.5 Lokale Tetrade	189
11.2.6 Volumenelement	190
11.2.7 Parallelverschiebung und affine Zusammenhänge	191
11.2.8 Kovariante Ableitung	195
11.3 Raumkrümmung	198
11.3.1 Krümmung bekannter Flächen	198
11.3.2 Krümmungstensor	199
11.3.3 Isometrien und Killing-Vektoren	203
11.3.4 Trägheitssatz von Sylvester	204
11.4 Bewegung in gekrümmten Räumen	204
11.4.1 Geodätengleichung	205
11.4.2 Euler-Lagrange-Formalismus	207
11.4.3 Parallel- und Fermi-Walker-Transport	207
11.5 Übungsaufgaben	208
Literatur	209

12 Einstein'sche Feldgleichungen	211
12.1 Nichtrelativistischer Grenzfall	211
12.2 Formulierung der Feldgleichungen	213
12.2.1 Energie-Impuls-Tensor	214
12.2.2 Ricci-Tensor in Schwachfeldnäherung	214
12.2.3 Bestimmung der Feldgleichungen	215
12.2.4 Formulierungen der Feldgleichungen	219
Literatur	219
13 Schwarzschild-Metrik	221
13.1 Herleitung der Schwarzschild-Metrik	221
13.2 Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik	224
13.2.1 Singularitäten	225
13.2.2 Messung der Radialkoordinate	226
13.2.3 Radialabstand von Punkten	226
13.2.4 Bedeutung der Koordinatenzeit	228
13.2.5 Radiale lichtartige Geodäten	228
13.2.6 Photonenorbit in der Schwarzschild-Metrik	228
13.2.7 Qualitatives Verhalten von Geodäten	230
13.3 Schwarze Löcher	233
13.3.1 Freier Fall auf ein schwarzes Loch	233
13.3.2 Erweiterung der Schwarzschild-Metrik	236
13.4 Tests der ART in der Schwarzschild-Metrik	241
13.4.1 Gravitative Frequenzverschiebung	241
13.4.2 Periheldrehung	243
13.4.3 Lichtablenkung im Gravitationsfeld	247
13.4.4 Laufzeitverzögerung	252
13.4.5 Geodätische Präzession	254
13.4.6 Global Positioning System	254
13.5 Übungsaufgaben	255
Literatur	256
14 Kerr-Metrik	259
14.1 Horizont und Ergosphäre	260
14.2 Lokale Tetraden	261
14.3 Qualitatives Verhalten von Geodäten	262
14.3.1 Photonenorbit	263
14.3.2 Zeitartige Kreisbahnen	263
14.4 Übungsaufgaben	265
Literatur	265
15 Gravitationswellen	267
15.1 Linearisierung der Feldgleichungen	267
15.1.1 Transformation auf harmonische Koordinaten	268
15.1.2 Lösung der linearisierten Feldgleichungen	269

15.2	Teilchen im Feld einer Gravitationswelle	272
15.3	Quadrupolnäherung	272
15.4	Nachweis von Gravitationswellen	273
	Literatur	275
16	Visualisierung in der ART	277
16.1	Abstrakte Visualisierung in der ART	277
16.1.1	Licht- und zeitartige Geodäten	277
16.1.2	Einbettungsdiagramm	278
16.1.3	Penrose-Carter-Diagramm	279
16.2	Allgemein-relativistisches Ray Tracing	282
16.2.1	Schatten eines schwarzen Lochs	282
16.2.2	Fall auf ein schwarzes Loch	286
16.2.3	Stern auf Kreisorbit um schwarzes Loch	289
16.2.4	Akkretionsscheibe	293
16.3	Interaktive Visualisierung in der ART	295
16.3.1	Massive Parallelisierung via CPU- oder GPU-Cluster	295
16.3.2	Tabellierung von Geodäten	295
16.3.3	Verwendung analytischer Geodäten	296
	Literatur	297

Teil III Sternentwicklung

17	Sternentstehung	301
17.1	Virialsatz	301
17.2	Jeans-Kriterium für die Kontraktion	304
17.3	Übungsaufgaben	307
	Literatur	307
18	Innere Struktur von Sternen	309
18.1	Hydrostatisches Gleichgewicht	309
18.2	Physikalische Bedingungen in Sternen	312
18.3	Zustandsgleichung für Sternmaterie	315
18.4	Entartetes Elektronengas	316
18.4.1	Anschauliche Interpretation des Entartungsdrucks	316
18.4.2	Voll entartetes ideales Fermigas	319
18.5	Zusammenfassung	324
	Literatur	325
19	Energieproduktion in Sternen	327
19.1	Kernfusion als Energiequelle	328
19.2	Voraussetzungen für Fusionsprozesse	330
19.2.1	Geschwindigkeitsverteilung der Nukleonen	331
19.2.2	Tunneleffekt	332
19.3	Bestimmung von Reaktionsraten	334

19.4	Fusion von Wasserstoff	339
19.4.1	Proton-Proton-Kette	340
19.4.2	Bethe-Weizsäcker-Zyklus	341
19.4.3	Dauer der Wasserstoffbrennphase	343
19.5	Kernfusion nach dem Wasserstoffbrennen	343
19.5.1	Heliumbrennphase	344
19.5.2	Spätere Fusionsphasen	345
19.6	Entstehung schwerer Elemente	347
19.6.1	s-Prozess	348
19.6.2	r-Prozess	349
19.7	Neutrinooszillationen	350
Literatur	350
20	Weisse Zwerge	353
20.1	Qualitative Betrachtung	356
20.2	Numerisches Lösen der Zustandsgleichung	359
20.3	Korrekturen der Zustandsgleichung	361
20.4	Typ Ia Supernovae	365
20.5	Erhaltungsgrößen beim Kollaps	367
20.5.1	Drehimpulserhaltung	367
20.5.2	Erhaltung des magnetischen Flusses	368
20.6	Übungsaufgaben	370
Literatur	371
21	Neutronensterne	373
21.1	Entstehung von Neutronensternen	373
21.2	Radien von Neutronensternen	376
21.3	Rotationsperioden und Magnetfelder	377
21.4	Masse-Radius-Beziehung für Neutronensterne	378
21.4.1	Hydrostatisches Gleichgewicht in relativistischer Form	379
21.4.2	Relativistische Einflüsse auf die Beobachtung von Neutronensternen	382
21.4.3	Neutronensternmodelle für Zustandsgleichungen	383
21.4.4	Zwischen weißen Zwergen und Neutronensternen	386
21.4.5	Dichten jenseits der Neutronensterne	386
21.5	Pulsare	387
21.5.1	Röntgenpulsar Hercules X-1	391
21.5.2	Präzisionstests der ART an Pulsarbinärsystemen	394
21.6	Ergänzung: Die Masse-Radius-Beziehung von Monden und Planeten	401
21.7	Übungsaufgaben	404
Literatur	404
22	Klassifizierung von Sternen	407
22.1	Hertzsprung-Russell-Diagramm	407

22.2 Evolution von Sternen	409
Literatur	411
Teil IV Kosmologie	
23 Hinführung zur Kosmologie	415
23.1 Überblick	415
23.2 Olbers' Paradoxon	417
23.3 Edwin Hubbles Entdeckungen	420
23.3.1 Entdeckung anderer Galaxien	420
23.3.2 Entfernungsabhängige Rotverschiebung	421
Literatur	425
24 Modellannahmen zur Struktur des Universums	427
24.1 Homogenität und Isotropie des Universums	427
24.2 Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Metrik	430
24.2.1 Existenz einer universellen Zeit	430
24.2.2 Homogene und isotrope Räume	431
24.2.3 FLRW-Raumzeit	435
24.3 Übungsaufgaben	436
Literatur	437
25 Feldgleichungen für die FLRW-Metrik	439
25.1 Ricci-Tensor der FLRW-Metrik	439
25.2 Energie-Impuls-Tensor der Materie	441
25.3 Friedmann-Gleichung für das Materieuniversum	443
25.4 Qualitative Betrachtung der Friedmann-Gleichung	445
25.4.1 „Energiebilanz“ in der Friedmann-Gleichung	445
25.4.2 Newton'sche Analogie zur Friedmann-Gleichung	446
25.5 Skalenfaktoren für Materieuniversen	447
25.5.1 Verschwindende Krümmung	447
25.5.2 Positive Krümmung	448
25.5.3 Negative Krümmung	450
Literatur	451
26 Allgemeine Energieformen	453
26.1 Umformulierung der Friedmann-Gleichung	454
26.2 Verallgemeinerter Energie-Impuls-Tensor	456
26.3 Zustandsgleichungen für den Druck	458
26.4 Dunkle Materie	458
26.5 Strahlungsenergiedichte	459
26.6 Einsteins kosmologisches Glied	461
26.7 Friedmann-Lemaître-Gleichung	464
26.7.1 Skalenfaktorabhängigkeit der Energiedichten	465
26.7.2 Aufstellung der Gleichungen	465

26.7.3	Qualitative Betrachtung im Potentialbild	467
26.7.4	Formulierung mit Energiedichteanteilen	468
26.7.5	Flaches Strahlungsuniversum	471
26.7.6	Flaches Λ -Universum	472
26.7.7	Flaches $(\Omega_{r0}-\Omega_{m0})$ -Modell	474
26.7.8	Flaches $(\Omega_{m0}-\Omega_{\Lambda0})$ -Modell	475
26.7.9	Flaches $(\Omega_{r0}-\Omega_{\Lambda0})$ -Modell	478
26.7.10	Modelle mit Krümmung	478
26.7.11	Andere Modelle	484
26.8	Übungsaufgaben	485
	Literatur	485
27	Überlegungen zur kosmologischen Beobachtung	487
27.1	Linearisierung des Skalenfaktors	488
27.2	Entfernung auf kosmologischen Skalen	489
27.3	Eigendistanz zwischen Objekten	489
27.4	Kosmologische Rotverschiebung	491
27.4.1	Interpretation als Dopplereffekt	491
27.4.2	Interpretation als Effekt der Raumdehnung	492
27.4.3	Rotverschiebung im flachen $(\Omega_{m0}-\Omega_{\Lambda0})$ -Modell	495
27.5	Entfernungsbestimmung in der Kosmologie	496
27.6	Helligkeits-Rotverschiebungs-Beziehung	500
27.7	Korrekturen der Helligkeits-Rotverschiebungs-Beziehung	502
	Literatur	503
28	SN Ia als Standardkerzen für das junge Universum	505
28.1	Aufklärung der Dynamik des Universums	505
28.2	Ergebnisse der Messungen an SN Ia	506
	Literatur	507
29	Kosmische Mikrowellenhintergrundstrahlung	509
29.1	Spektrum des CMB	510
29.2	Anisotropien im CMB	515
29.2.1	Nachweis der Anisotropie des CMB	515
29.2.2	Analyse der Anisotropien	516
29.2.3	Sachs-Wolfe-Effekt	522
29.2.4	Akustische Oszillationen	524
29.2.5	Akustische Oszillationen des PBF	528
29.2.6	Silk-Dämpfung	532
29.3	Übungsaufgaben	533
	Literatur	533
30	Die ersten Momente	535
30.1	Auswirkung von Quanteneffekten	535
30.2	Inflation	537

30.2.1 Flachheitsproblem	537
30.2.2 Horizontproblem	539
30.2.3 Monopolproblem	540
30.2.4 Inflationäres Universum	540
30.3 Schlussbemerkungen	542
30.4 Übungsaufgaben	543
Literatur	544
A Zahlenwerte und Konstanten	545
Sachverzeichnis	547