

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Über die Transzendenz der Zahlen $e$ und $\pi$ . . . . .	1
[Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen S. 113—116 (1893). Mathem. Annalen Bd. 43, S. 216—219 (1893).]	
2. Zwei neue Beweise für die Zerlegbarkeit der Zahlen eines Körpers in Primideale . . . . .	5
[Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung Bd. 3, S. 59 (1894).]	
3. Über die Zerlegung der Ideale eines Zahlkörpers in Primideale . . . . .	6
[Mathem. Annalen Bd. 44, S. 1—8 (1894).]	
4. Grundzüge einer Theorie des Galoisschen Zahlkörpers . . . . .	13
[Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen S. 224—236 (1894).]	
5. Über den Dirichletschen biquadratischen Zahlkörper . . . . .	24
[Mathem. Annalen Bd. 45, S. 309—340 (1894).]	
Einleitung . . . . .	24
§ 1. Die ganzen Zahlen des Dirichletschen Zahlkörpers . . . . .	25
§ 2. Die Primideale des Dirichletschen Körpers . . . . .	26
§ 3. Die Einteilung der Idealklassen in Geschlechter . . . . .	28
§ 4. Die Erzeugung der Idealklassen des Hauptgeschlechtes . . . . .	32
§ 5. Die ambigen Ideale . . . . .	37
§ 6. Die ambigen Klassen. . . . .	38
§ 7. Die Anzahl der existierenden Geschlechter . . . . .	42
§ 8. Das Reziprozitätsgesetz. . . . .	43
§ 9. Der spezielle Dirichletsche Körper . . . . .	47
§ 10. Die Anzahl der Idealklassen des speziellen Dirichletschen Körpers $K$ . . . . .	48
6. Ein neuer Beweis des Kroneckerschen Fundamentalsatzes über Abelsche Zahlkörper. . . . .	53
[Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen S. 29—39 (1896).]	
7. Die Theorie der algebraischen Zahlkörper . . . . .	63
[Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung Bd. 4, S. 175—546 (1897).]	
Vorwort . . . . .	63
<i>Erster Teil. Die Theorie des allgemeinen Zahlkörpers.</i>	
1. Die algebraische Zahl und der Zahlkörper . . . . .	69
§ 1. Der Zahlkörper und die konjugierten Zahlkörper . . . . .	69
§ 2. Die ganze algebraische Zahl . . . . .	70
§ 3. Die Norm, die Differente, die Diskriminante einer Zahl. Die Basis des Zahlkörpers . . . . .	71

	Seite
2. Die Ideale des Zahlkörpers . . . . .	73
§ 4. Die Multiplikation der Ideale und ihre Teilbarkeit. Das Primideal . . . . .	73
§ 5. Die eindeutige Zerlegbarkeit eines Ideals in Primideale . . . . .	75
§ 6. Die Formen des Zahlkörpers und ihre Inhalte . . . . .	77
3. Die Kongruenzen nach Idealen . . . . .	79
§ 7. Die Norm eines Ideals und ihre Eigenschaften . . . . .	79
§ 8. Der Fermatsche Satz in der Idealtheorie und die Funktion $\varphi(a)$ . . . . .	82
§ 9. Die Primitivzahlen nach einem Primideal . . . . .	83
4. Die Diskriminante des Körpers und ihre Teiler. . . . .	84
§ 10. Der Satz über die Teiler der Diskriminante des Körpers. Hilfssätze über ganze Funktionen . . . . .	84
§ 11. Die Zerlegung der linken Seite der Fundamentalgleichung. Die Diskriminante der Fundamentalgleichung . . . . .	88
§ 12. Die Elemente und die Differente des Körpers. Beweis des Satzes über die Teiler der Körperdiskriminante . . . . .	90
§ 13. Die Aufstellung der Primideale. Der feste Zahlteiler der rationalen Einheitsform $U$ . . . . .	91
5. Der Relativkörper . . . . .	92
§ 14. Die Relativnorm, die Relativedifferente und die Relativediskriminante . . . . .	92
§ 15. Eigenschaften der Relativedifferente und der Relativediskriminante eines Körpers . . . . .	95
§ 16. Die Zerlegung eines Elementes des Körpers $k$ im Oberkörper $K$ . Der Satz von der Differente des Oberkörpers $K$ . . . . .	97
6. Die Einheiten des Körpers . . . . .	98
§ 17. Die Existenz konjugierter Zahlen, deren absolute Beträge gewissen Ungleichungen genügen . . . . .	98
§ 18. Sätze über die absolute Größe der Körperdiskriminante . . . . .	100
§ 19. Der Satz von der Existenz der Einheiten eines Körpers. Ein Hilfssatz über die Existenz einer Einheit von besonderer Eigenschaft . . . . .	102
§ 20. Beweis des Satzes von der Existenz der Einheiten . . . . .	106
§ 21. Die Grundeinheiten. Der Regulator des Körpers. Ein System von unabhängigen Einheiten . . . . .	108
7. Die Idealklassen des Körpers . . . . .	109
§ 22. Die Idealklasse. Die Endlichkeit der Anzahl der Idealklassen . . . . .	109
§ 23. Anwendungen des Satzes von der Endlichkeit der Klassenanzahl . . . . .	110
§ 24. Aufstellung des Systems der Idealklassen. Engere Fassung des Klassenbegriffes . . . . .	112
§ 25. Ein Hilfssatz über den asymptotischen Wert der Anzahl aller Hauptideale, welche durch ein festes Ideal teilbar sind . . . . .	112
§ 26. Die Bestimmung der Klassenanzahl durch das Residuum der Funktion $\zeta(s)$ für $s = 1$ . . . . .	115
§ 27. Andere unendliche Entwicklungen der Funktion $\zeta(s)$ . . . . .	117
§ 28. Die Zusammensetzung der Idealklassen eines Körpers . . . . .	118
§ 29. Die Charaktere einer Idealklasse. Eine Verallgemeinerung der Funktion $\zeta(s)$ . . . . .	119
8. Die zerlegbaren Formen des Körpers . . . . .	119
§ 30. Die zerlegbaren Formen des Körpers. Die Formenklassen und ihre Zusammensetzung . . . . .	119

9. Die Zahlringe des Körpers . . . . .	121
§ 31. Der Zahlring. Das Ringideal und seine wichtigsten Eigenschaften . . .	121
§ 32. Die durch eine ganze Zahl bestimmten Ringe. Der Satz von der Differente einer ganzen Zahl des Körpers . . . . .	122
§ 33. Die regulären Ringideale und ihre Teilbarkeitsgesetze . . . . .	126
§ 34. Die Einheiten eines Ringes. Die Ringklassen . . . . .	127
§ 35. Der Modul und die Modulklass. . . . .	128

*Zweiter Teil. Der Galoissche Zahlkörper.*

10. Die Primideale des Galoisschen Körpers und seiner Unterkörper . . . . .	129
§ 36. Die eindeutige Zerlegung der Ideale des Galoisschen Körpers in Primideale	129
§ 37. Die Elemente, die Differente und die Diskriminante des Galoisschen Körpers	131
§ 38. Die Unterkörper des Galoisschen Körpers . . . . .	131
§ 39. Der Zerlegungskörper und der Trägheitskörper eines Primideals $\mathfrak{P}$ . . .	132
§ 40. Ein Satz über den Zerlegungskörper . . . . .	134
§ 41. Der Verzweigungskörper eines Primideals $\mathfrak{P}$ . . . . .	134
§ 42. Ein Satz über den Trägheitskörper . . . . .	135
§ 43. Sätze über die Verzweigungsgruppe und den Verzweigungskörper. . . .	136
§ 44. Die überstrichenen Verzweigungskörper eines Primideals $\mathfrak{P}$ . . . . .	136
§ 45. Kurze Zusammenfassung der Sätze über die Zerlegung einer rationalen Primzahl $p$ im Galoisschen Körper . . . . .	138
11. Die Differenten und Diskriminanten des Galoisschen Körpers und seiner Unter- körper . . . . .	139
§ 46. Die Differenten des Trägheitskörpers und der Verzweigungskörper . . .	139
§ 47. Die Teiler der Diskriminante des Galoisschen Körpers . . . . .	140
12. Die Beziehungen der arithmetischen zu algebraischen Eigenschaften des Galois- schen Körpers . . . . .	141
§ 48. Der relativ-Galoissche, der relativ-Abelsche und der relativ-zyklische Körper	141
§ 49. Die algebraischen Eigenschaften des Trägheitskörpers und der Verzweigungs- körper. Die Darstellung der Zahlen des Galoisschen Körpers durch Wurzeln im Bereiche des Zerlegungskörpers . . . . .	142
§ 50. Die Dichtigkeit der Primideale ersten Grades und der Zusammenhang dieser Dichtigkeit mit den algebraischen Eigenschaften eines Zahlkörpers	142
13. Die Zusammensetzung der Zahlkörper . . . . .	144
§ 51. Der aus einem Körper und dessen konjugierten Körpern zusammengesetzte Galoissche Körper . . . . .	144
§ 52. Die Zusammensetzung zweier Körper, deren Diskriminanten zueinander prim sind . . . . .	145
14. Die Primideale ersten Grades und der Klassenbegriff . . . . .	146
§ 53. Die Erzeugung der Idealklassen durch Primideale ersten Grades . . .	146
15. Der relativ-zyklische Körper vom Primzahlgrade . . . . .	149
§ 54. Die symbolische Potenz. Der Satz von den Zahlen mit der Relativnorm 1	149
§ 55. Das System von relativen Grundeinheiten und der Nachweis ihrer Existenz	150
§ 56. Die Existenz einer Einheit in $K$ , welche die Relativnorm 1 besitzt und doch nicht dem Quotienten zweier relativ-konjugierten Einheiten gleich wird	152
§ 57. Die ambigen Ideale und die Relativedifferente des relativ-zyklischen Körpers $K$	154
§ 58. Der Fundamentalsatz von den relativ-zyklischen Körpern mit der Relativ- differente 1. Die Bezeichnung dieser Körper als Klassenkörper . . . . .	155

Dritter Teil. *Der quadratische Zahlkörper.*

16. Die Zerlegung der Zahlen im quadratischen Körper . . . . .	157
§ 59. Die Basis und die Diskriminante des quadratischen Körpers . . . . .	157
§ 60. Die Primideale des quadratischen Körpers . . . . .	158
§ 61. Das Symbol $\left(\frac{a}{w}\right)$ . . . . .	160
§ 62. Die Einheiten des quadratischen Körpers . . . . .	160
§ 63. Die Aufstellung des Systems der Idealklassen . . . . .	161
17. Die Geschlechter im quadratischen Körper und ihre Charakterensysteme . . . . .	161
§ 64. Das Symbol $\left(\frac{n,m}{w}\right)$ . . . . .	161
§ 65. Das Charakterensystem eines Ideals . . . . .	166
§ 66. Das Charakterensystem einer Idealklasse und der Begriff des Geschlechts . . . . .	167
§ 67. Der Fundamentalsatz über die Geschlechter des quadratischen Körpers . . . . .	168
§ 68. Ein Hilfssatz über diejenigen quadratischen Körper, deren Diskriminanten nur durch eine einzige Primzahl teilbar sind . . . . .	168
§ 69. Das Reziprozitätsgesetz für quadratische Reste. Ein Hilfssatz über das Symbol $\left(\frac{n,m}{w}\right)$ . . . . .	169
§ 70. Beweis der im Fundamentalsatz 100 ausgesprochenen Beziehung zwischen den sämtlichen Charakteren eines Geschlechts . . . . .	172
18. Die Existenz der Geschlechter im quadratischen Körper . . . . .	173
§ 71. Der Satz von den Normen der Zahlen eines quadratischen Körpers . . . . .	173
§ 72. Die Klassen des Hauptgeschlechtes . . . . .	175
§ 73. Die ambigen Ideale . . . . .	176
§ 74. Die ambigen Idealklassen . . . . .	176
§ 75. Die durch ambige Ideale bestimmten ambigen Idealklassen . . . . .	177
§ 76. Die ambigen Idealklassen, welche kein ambiges Ideal enthalten . . . . .	178
§ 77. Die Anzahl aller ambigen Klassen . . . . .	179
§ 78. Der arithmetische Beweis für die Existenz der Geschlechter . . . . .	180
§ 79. Die transzendente Darstellung der Klassenanzahl und eine Anwendung darauf, daß der Grenzwert eines gewissen unendlichen Produktes positiv ist . . . . .	181
§ 80. Das Vorhandensein unendlich vieler rationaler Primzahlen, nach denen gegebene Zahlen vorgeschriebene quadratische Restcharaktere erlangen . . . . .	182
§ 81. Das Vorhandensein unendlich vieler Primideale mit vorgeschriebenen Charakteren in einem quadratischen Körper . . . . .	184
§ 82. Der transzendente Beweis für die Existenz der Geschlechter und für die übrigen in § 71 bis § 77 erlangten Resultate . . . . .	186
§ 83. Die engere Fassung des Äquivalenz- und Klassenbegriffes . . . . .	186
§ 84. Der Fundamentalsatz für den neuen Klassen- und Geschlechtsbegriff . . . . .	187
19. Die Bestimmung der Anzahl der Idealklassen des quadratischen Körpers . . . . .	188
§ 85. Das Symbol $\left(\frac{a}{n}\right)$ für eine zusammengesetzte Zahl $n$ . . . . .	188
§ 86. Der geschlossene Ausdruck für die Anzahl der Idealklassen . . . . .	188
§ 87. Der Dirichletsche biquadratische Zahlkörper . . . . .	191
20. Die Zahlringe und Moduln des quadratischen Körpers . . . . .	192
§ 88. Die Zahlringe des quadratischen Körpers . . . . .	192
§ 89. Ein Satz von den Modulklassen des quadratischen Körpers. Die binären quadratischen Formen . . . . .	192
§ 90. Die niedere und die höhere Theorie des quadratischen Zahlkörpers . . . . .	194

Vierter Teil. *Der Kreiskörper.*

Seite

21. Die Einheitswurzeln mit Primzahlexponent $l$ und der durch sie bestimmte Kreiskörper. . . . .	195
§ 91. Der Grad des Kreiskörpers der $l$ -ten Einheitswurzeln und die Zerlegung der Primzahl $l$ in diesem Körper . . . . .	195
§ 92. Die Basis und die Diskriminante des Kreiskörpers der $l$ -ten Einheitswurzeln	196
§ 93. Die Zerlegung der von $l$ verschiedenen rationalen Primzahlen im Kreiskörper der $l$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	197
22. Die Einheitswurzeln für einen zusammengesetzten Wurzelexponenten $m$ und der durch sie bestimmte Kreiskörper . . . . .	198
§ 94. Der Kreiskörper der $m$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	198
§ 95. Der Grad des Kreiskörpers der $l^h$ -ten Einheitswurzeln und die Zerlegung der Primzahl $l$ in diesem Körper . . . . .	199
§ 96. Die Basis und die Diskriminante des Kreiskörpers der $l^h$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	200
§ 97. Der Kreiskörper der $m$ -ten Einheitswurzeln. Der Grad, die Diskriminante und die Primideale dieses Körpers . . . . .	200
§ 98. Die Einheiten des Kreiskörpers $k\left(e^{\frac{2i\pi}{m}}\right)$ . Die Definition der Kreiseinheiten	203
23. Der Kreiskörper in seiner Eigenschaft als Abelscher Körper . . . . .	205
§ 99. Die Gruppe des Kreiskörpers der $m$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	205
§ 100. Der allgemeine Begriff des Kreiskörpers. Der Fundamentalsatz über die Abelschen Körper . . . . .	206
§ 101. Ein allgemeiner Hilfssatz über zyklische Körper . . . . .	207
§ 102. Von gewissen Primzahlen in der Diskriminante eines zyklischen Körpers vom Grade $l^h$ . . . . .	208
§ 103. Der zyklische Körper vom Grade $u$ , dessen Diskriminante nur $u$ enthält, und die zyklischen Körper vom Grade $u^h$ und $2^h$ , in denen $U_1$ bzw. $\Pi_1$ als Unterkörper enthalten ist. . . . .	212
§ 104. Beweis des Fundamentalsatzes über Abelsche Körper . . . . .	215
24. Die Wurzelzahlen des Kreiskörpers der $l$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	216
§ 105. Die Definition und Existenz der Normalbasis . . . . .	216
§ 106. Der Abelsche Körper vom Primzahlgrade $l$ und von der Diskriminante $p^{l-1}$ . Die Wurzelzahlen dieses Körpers . . . . .	218
§ 107. Die charakteristischen Eigenschaften der Wurzelzahlen . . . . .	218
§ 108. Die Zerlegung der $l$ -ten Potenz einer Wurzelzahl im Körper der $l$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	222
§ 109. Eine Äquivalenz für die Primideale ersten Grades des Körpers der $l$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	223
§ 110. Die Konstruktion sämtlicher Normalbasen und Wurzelzahlen . . . . .	224
§ 111. Die Lagrangesche Normalbasis und die Lagrangesche Wurzelzahl . . . . .	225
§ 112. Die charakteristischen Eigenschaften der Lagrangeschen Wurzelzahl . . . . .	225
25. Das Reziprozitätsgesetz für $l$ -te Potenzreste zwischen einer rationalen Zahl und einer Zahl des Körpers der $l$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	228
§ 113. Der Potenzcharakter einer Zahl und das Symbol $\left\{\frac{\alpha}{p}\right\}$ . . . . .	228
§ 114. Ein Hilfssatz über den Potenzcharakter der $l$ -ten Potenz der Lagrangeschen Wurzelzahl . . . . .	229

	Seite
§ 115. Beweis des Reziprozitätsgesetzes im Körper $k(\zeta)$ zwischen einer rationalen und einer beliebigen Zahl . . . . .	230
26. Die Bestimmung der Anzahl der Idealklassen im Kreiskörper der $m$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	234
§ 116. Das Symbol $\left[\frac{a}{L}\right]$ . . . . .	234
§ 117. Die Ausdrücke für die Klassenanzahl im Kreiskörper der $m$ -ten Einheitswurzeln . . . . .	235
§ 118. Die Ableitung der aufgestellten Ausdrücke für die Klassenanzahl des Kreiskörpers $k\left(e^{\frac{2i\pi}{m}}\right)$ . . . . .	238
§ 119. Das Vorhandensein von unendlich vielen rationalen Primzahlen, welche nach einer gegebenen Zahl einen vorgeschriebenen, zu ihr primen Rest lassen . . . . .	240
§ 120. Die Darstellung sämtlicher Einheiten des Kreiskörpers durch die Kreiseinheiten . . . . .	242
27. Anwendungen der Theorie des Kreiskörpers auf den quadratischen Körper . . . . .	243
§ 121. Die Erzeugung der Einheiten des reellen quadratischen Körpers aus Kreiseinheiten . . . . .	243
§ 122. Das Reziprozitätsgesetz für quadratische Reste . . . . .	243
§ 123. Der imaginäre quadratische Körper mit einer Primzahldiskriminante . . . . .	245
§ 124. Die Bestimmung des Vorzeichens der Gaußschen Summe . . . . .	246
<i>Fünfter Teil. Der Kummersche Zahlkörper.</i>	
28. Die Zerlegung der Zahlen des Kreiskörpers im Kummerschen Körper . . . . .	249
§ 125. Die Definition des Kummerschen Körpers . . . . .	249
§ 126. Die Relativediskriminante des Kummerschen Körpers . . . . .	250
§ 127. Das Symbol $\left\{\frac{\mu}{w}\right\}$ . . . . .	253
§ 128. Die Primideale des Kummerschen Körpers . . . . .	254
29. Die Normenreste und Normennichtreste des Kummerschen Körpers . . . . .	257
§ 129. Die Definition der Normenreste und Normennichtreste . . . . .	257
§ 130. Der Satz von der Anzahl der Normenreste. Die Verzweigungs Ideale . . . . .	257
§ 131. Das Symbol $\left\{\frac{v, \mu}{w}\right\}$ . . . . .	264
§ 132. Einige Hilfssätze über das Symbol $\left\{\frac{v, \mu}{l}\right\}$ und über Normenreste nach dem Primideal $l$ . . . . .	267
§ 133. Das Symbol $\left\{\frac{v, \mu}{w}\right\}$ zur Unterscheidung zwischen Normenresten und Normennichtresten . . . . .	272
30. Das Vorhandensein unendlich vieler Primideale mit vorgeschriebenen Potenzcharakteren im Kummerschen Körper . . . . .	275
§ 134. Der Grenzwert eines gewissen unendlichen Produktes . . . . .	275
§ 135. Primideale des Kreiskörpers $k(\zeta)$ mit vorgeschriebenen Potenzcharakteren . . . . .	276
31. Der reguläre Kreiskörper . . . . .	278
§ 136. Die Definition des regulären Kreiskörpers, der regulären Primzahl und des regulären Kummerschen Körpers . . . . .	278

§ 137. Ein Hilfssatz über die Teilbarkeit des ersten Faktors der Klassenanzahl von $k \left( e^{\frac{2i\pi}{l}} \right)$ durch $l$ . . . . .	279
§ 138. Ein Hilfssatz über die Einheiten des Kreiskörpers $k \left( e^{\frac{2i\pi}{l}} \right)$ für den Fall, daß $l$ in den Zählern der ersten $\frac{l-3}{2}$ Bernoullischen Zahlen nicht aufgeht . . . . .	281
§ 139. Ein Kriterium für die regulären Primzahlen . . . . .	283
§ 140. Ein besonderes System von unabhängigen Einheiten im regulären Kreiskörper . . . . .	286
§ 141. Eine charakteristische Eigenschaft für die Einheiten eines regulären Kreiskörpers . . . . .	287
§ 142. Der Begriff der primären Zahl im regulären Kreiskörper . . . . .	288
32. Die ambigen Idealklassen und die Geschlechter im regulären Kummerschen Körper . . . . .	289
§ 143. Der Begriff der Einheitenschar im regulären Kreiskörper . . . . .	289
§ 144. Die ambigen Ideale und die ambigen Idealklassen eines regulären Kummerschen Körpers . . . . .	291
§ 145. Der Begriff der Klassenschar im regulären Kummerschen Körper . . . . .	292
§ 146. Zwei allgemeine Hilfssätze über die relativen Grundeinheiten eines relativzyklischen Körpers von ungeradem Primzahlgrade . . . . .	292
§ 147. Die durch ambige Ideale bestimmten Idealklassen . . . . .	294
§ 148. Die sämtlichen ambigen Idealklassen . . . . .	302
§ 149. Das Charakterensystem einer Zahl und eines Ideals im regulären Kummerschen Körper . . . . .	305
§ 150. Das Charakterensystem einer Idealklasse und der Begriff des Geschlechtes . . . . .	307
§ 151. Obere Grenze für den Grad der aus sämtlichen ambigen Klassen bestehenden Klassenschar . . . . .	308
§ 152. Die Komplexe des regulären Kummerschen Körpers . . . . .	309
§ 153. Obere Grenze für die Anzahl der Geschlechter in einem regulären Kummerschen Körper . . . . .	310
33. Das Reziprozitätsgesetz für $l$ -te Potenzreste im regulären Kreiskörper . . . . .	312
§ 154. Das Reziprozitätsgesetz für $l$ -te Potenzreste und die Ergänzungssätze . . . . .	312
§ 155. Die Primideale erster und zweiter Art im regulären Kreiskörper . . . . .	313
§ 156. Hilfssätze über Primideale erster Art im regulären Kreiskörper . . . . .	316
§ 157. Ein besonderer Fall des Reziprozitätsgesetzes für zwei Primideale . . . . .	319
§ 158. Das Vorhandensein gewisser Hilfsprimideale, für welche das Reziprozitätsgesetz gilt . . . . .	321
§ 159. Beweis des ersten Ergänzungssatzes zum Reziprozitätsgesetz . . . . .	323
§ 160. Beweis des Reziprozitätsgesetzes zwischen zwei beliebigen Primidealen . . . . .	324
§ 161. Beweis des zweiten Ergänzungssatzes zum Reziprozitätsgesetz . . . . .	326
34. Die Anzahl der vorhandenen Geschlechter im regulären Kummerschen Körper . . . . .	328
§ 162. Ein Satz über das Symbol $\left\{ \frac{\nu, \mu}{\nu} \right\}$ . . . . .	328
§ 163. Der Fundamentalsatz über die Geschlechter eines regulären Kummerschen Körpers . . . . .	329
§ 164. Die Klassen des Hauptgeschlechtes in einem regulären Kummerschen Körper . . . . .	331
§ 165. Der Satz von den Relativnormen der Zahlen eines regulären Kummerschen Körpers . . . . .	332

	Seite
35. Neue Begründung der Theorie des regulären Kummerschen Körpers . . . . .	335
§ 166. Die wesentlichen Eigenschaften der Einheiten des regulären Kreiskörpers . . . . .	335
§ 167. Beweis einer Eigenschaft für die Primärzahlen von Primidealen der zweiten Art . . . . .	337
§ 168. Beweis des Reziprozitätsgesetzes für die Fälle, daß eines der beiden Primideale von der zweiten Art ist . . . . .	340
§ 169. Ein Hilfssatz über das Produkt $\prod' \left\{ \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}} \right\}$ , worin $\mathfrak{w}$ alle von $\mathfrak{l}$ verschiedenen Primideale durchläuft . . . . .	343
§ 170. Das Symbol $\{\nu, \mu\}$ und das Reziprozitätsgesetz zwischen zwei beliebigen Primidealen . . . . .	346
§ 171. Übereinstimmung des Symbols $\{\nu, \mu\}$ mit dem Symbol $\left\{ \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{l}} \right\}$ . . . . .	347
36. Die Diophantische Gleichung $\alpha^m + \beta^m + \gamma^m = 0$ . . . . .	349
§ 172. Die Unmöglichkeit der Diophantischen Gleichung $\alpha^l + \beta^l + \gamma^l = 0$ für reguläre Primzahlexponenten $l$ . . . . .	349
§ 173. Weitere Untersuchungen über die Unmöglichkeit der Diophantischen Gleichung $\alpha^m + \beta^m + \gamma^m = 0$ . . . . .	354
Literaturverzeichnis . . . . .	356
Verzeichnis der Sätze und Hilfssätze . . . . .	362
<b>8. Über die Theorie der relativquadratischen Zahlkörper.</b> . . . . .	364
[Jahresbericht der Deutschen Mathematikervereinigung Bd. 6, S. 88—94 (1899).]	
<b>9. Über die Theorie des relativquadratischen Zahlkörpers</b> . . . . .	370
[Mathem. Annalen Bd. 51, S. 1—127 (1899).]	
Einleitung . . . . .	370
<b>I. Allgemeine Definitionen und vorbereitende Sätze</b> . . . . .	371
§ 1. Quadratische Reste und Nichtreste im Grundkörper $k$ und das Symbol $\left( \frac{\alpha}{\mathfrak{p}} \right)$ . . . . .	371
§ 2. Die Begriffe Relativnorm, Relativedifferente und Relativediskriminante . . . . .	372
§ 3. Das ambige Ideal . . . . .	374
§ 4. Die Primfaktoren der Relativediskriminante . . . . .	374
§ 5. Die Zerlegung der Primideale des Grundkörpers $k$ im relativquadratischen Körper $K$ . . . . .	376
§ 6. Das Symbol $\left( \frac{\mu}{\mathfrak{a}} \right)$ . . . . .	379
§ 7. Normenreste und Normennichtreste des Körpers $K$ und das Symbol $\left( \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}} \right)$ . . . . .	380
§ 8. Eigenschaften des Symbols $\left( \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{p}} \right)$ . . . . .	380
§ 9. Die allgemeinen Grundformeln für das Symbol $\left( \frac{\nu, \mu}{\mathfrak{p}} \right)$ . . . . .	385
§ 10. Die Anzahl der Normenreste nach einem nicht in 2 aufgehenden Primideal . . . . .	388
§ 11. Die Einheitenverbände des Körpers $k$ . . . . .	388
§ 12. Die Komplexe des relativquadratischen Körpers $K$ . . . . .	389
§ 13. Primideale des Körpers $k$ mit vorgeschriebenen quadratischen Charakteren . . . . .	390
<b>II. Die Theorie der relativquadratischen Körper für einen Grundkörper mit lauter imaginären Konjugierten und von ungerader Klassenanzahl</b> . . . . .	393
§ 14. Die relativen Grundeinheiten des Körpers $K$ . . . . .	393
§ 15. Die Anzahl der aus ambigen Idealen entspringenden ambigen Komplexe in $K$ . . . . .	397



	Seite
§ 16. Die Anzahl aller ambigen Komplexe in $K$ . . . . .	403
§ 17. Das Charakterensystem einer Zahl und eines Ideals im Körper $K$ . .	406
§ 18. Der Begriff des Geschlechtes . . . . .	408
§ 19. Obere Grenze für die Anzahl der Geschlechter in $K$ . . . . .	409
§ 20. Das primäre Primideal $\mathfrak{p}$ und das Symbol $\left(\frac{i}{\mathfrak{p}}\right)$ . . . . .	412
§ 21. Ein System von $\frac{m}{2}$ nichtprimären Primidealen des Körpers $k$ . . . .	412
§ 22. Die unendliche Reihe $\sum_{(\mathfrak{w})} \left(\frac{\mathfrak{w}}{\mathfrak{p}}\right) \frac{1}{n(\mathfrak{w})^s}$ . . . . .	416
§ 23. Eine Eigenschaft primärer Primideale . . . . .	423
§ 24. Zwei besondere Fälle des Reziprozitätsgesetzes für quadratische Reste im Körper $k$ . . . . .	427
§ 25. Das Produkt $\prod_{(\mathfrak{w})}' \left(\frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}}\right)$ für ein zu 2 primes $\nu$ und bei gewissen Annahmen über $\mu$ . . . . .	428
§ 26. Das primäre Ideal und seine Eigenschaften . . . . .	434
§ 27. Beispiele für die Sätze 32, 33, 39 . . . . .	436
§ 28. Das Produkt $\prod_{(\mathfrak{w})}' \left(\frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}}\right)$ für ein beliebiges $\nu$ und bei gewissen Annahmen über $\mu$ . . . . .	445
§ 29. Der Fundamentalsatz über die Anzahl der Geschlechter in einem relativquadratischen Körper. . . . .	446
§ 30. Ein gewisses System von $\frac{m}{2} + z$ zu 2 primen Primidealen des Körpers $k$ .	447
§ 31. Eine Eigenschaft gewisser besonderer Ideale des Körpers $k$ . . . . .	451
§ 32. Das Symbol $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ für irgendwelche zu 2 primen Zahlen $\nu, \mu$ . . . . .	453
§ 33. Die Übereinstimmung der beiden Symbole $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ und $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ für irgendwelche zu 2 prime Zahlen $\nu, \mu$ . . . . .	454
§ 34. Die Eigenschaften des Symbols $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ für irgendwelche zu 2 prime ganze Zahlen $\nu, \mu$ . . . . .	464
§ 35. Das Produkt $\prod_{(\mathfrak{w})} \left(\frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}}\right)$ für irgendwelche zu 2 prime Zahlen $\nu, \mu$ . . . .	465
§ 36. Der erste Ergänzungssatz und das allgemeine Reziprozitätsgesetz für quadratische Reste . . . . .	466
§ 37. Das Symbol $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ für beliebige ganze Zahlen $\nu, \mu$ . . . . .	467
§ 38. Die Übereinstimmung der beiden Symbole $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ und $\left(\frac{\nu, \mu}{1}\right)$ für beliebige ganze Zahlen $\nu, \mu$ . . . . .	467
§ 39. Das Produkt $\prod_{(\mathfrak{w})} \left(\frac{\nu, \mu}{\mathfrak{w}}\right)$ für beliebige ganze Zahlen $\nu, \mu$ . . . . .	473
§ 40. Die Anzahl der Normenreste nach einem in 2 aufgehenden Primideal . .	474
§ 41. Beweis des Fundamentalsatzes über die Geschlechter in einem beliebigen relativquadratischen Körper. . . . .	476
§ 42. Die Klassen des Hauptgeschlechtes . . . . .	478

	Seite
§ 43. Der Satz von den Relativnormen eines relativquadratischen Körpers. .	479
§ 44. Die ternäre quadratische Diophantische Gleichung im Körper $k$ . . .	481
Verzeichnis der Sätze und Definitionen . . . . .	482
<b>10. Über die Theorie der relativ-Abelschen Zahlkörper . . . . .</b>	<b>483</b>
[Acta Mathematica Bd. 26, S. 99—132 (1902) und Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen S. 370—399 (1898).]	
<b>11. Beweis für die Darstellbarkeit der ganzen Zahlen durch eine feste Anzahl <math>n</math>-ter Potenzen (Waringsches Problem) . . . . .</b>	<b>510</b>
Dem Andenken an HERMANN MINKOWSKI gewidmet	
[Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen S. 17—36 (1909) und Mathem. Annalen Bd. 67, S. 281—300 (1909).]	
<b>Zu Hilberts algebraisch-zahlentheoretischen Arbeiten. Von HELMUT HASSE</b>	<b>528</b>
Verzeichnis der Begriffsnamen . . . . .	536