

---

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung .....	XV
<b>1 Die Maxwell'schen Feldgleichungen .....</b>	<b>1</b>
1.1 Ladungen, Ströme und Ladungserhaltung .....	1
1.2 Lorentz-Kraft .....	9
1.3 Maxwell-Gleichungen .....	11
1.3.1 Gauß'sches Gesetz .....	12
1.3.2 Faraday'sches Induktionsgesetz .....	13
1.3.3 Ampère-Maxwell-Gesetz .....	16
1.3.4 Divergenzfreiheit der magnetischen Flussdichte .....	18
1.3.5 Maxwell-Gleichungen in integraler Form .....	18
1.3.6 Die Maxwell-Gleichungen in differentieller Form .....	20
1.3.7 Superpositionsprinzip .....	20
1.3.8 Anmerkungen zu den Einheiten .....	21
Aufgaben zu Kapitel 1 .....	25
<b>2 Ruhende elektrische Ladungen und die Verteilung der Elektrizität auf Leitern .....</b>	<b>27</b>
2.1 Elektrostatisches Potential und Poisson-Gleichung .....	27
2.2 Potential und Feld für vorgegebene Ladungsverteilungen .....	29
2.2.1 Einfache Anordnungen von Ladungen .....	29
2.2.2 Feldlinien .....	37
2.2.3 Randbedingung des elektrischen Feldes an einer Oberfläche .....	40
2.2.4 Dipolschicht und Kondensator .....	42
2.3 Felder von ruhenden Ladungen in Gegenwart von Leitern .....	46
2.3.1 Methode der Bildladungen .....	48
2.3.2 Maxwell'scher Spannungstensor .....	51
2.3.3 Felder in der Nähe von Spitzen .....	54
2.4 Energie des elektrischen Feldes .....	56
2.4.1 Die Wechselwirkungsenergie zweier Ladungsverteilungen	58

## VIII Inhaltsverzeichnis

2.4.2	Die Selbstenergie einer homogen geladenen Kugel . . . . .	60
2.4.3	Theorem von Thomson . . . . .	62
2.5	Multipolentwicklung . . . . .	64
2.5.1	Entwicklung nach Momenten der Ladungsverteilung . . .	65
2.5.2	Energie einer Ladungsverteilung im äußeren Feld . . . .	68
	Aufgaben zu Kapitel 2 . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Randwertprobleme in der Elektrostatik . . . . .</b>	<b>77</b>
3.1	Lösung der Poisson-Gleichung mit Randbedingung . . . . .	77
3.1.1	Eindeutigkeit der Lösung der Poisson-Gleichung mit Randbedingung . . . . .	77
3.1.2	Lösung des Randwertproblems durch Green'sche Funktionen . . . . .	79
3.2	Laplace-Gleichung in Kugelkoordinaten . . . . .	87
3.2.1	Polarkoordinaten und Separationsansatz . . . . .	87
3.2.2	Radialteil . . . . .	88
3.2.3	Azimutaler Teil . . . . .	89
3.2.4	Polarer Teil . . . . .	90
3.2.5	Lösungsfunktion der Laplace-Gleichung . . . . .	96
3.3	Kugelsymmetrische Probleme . . . . .	98
3.3.1	Eigenschaften der Kugelflächenfunktionen . . . . .	98
3.3.2	Entwicklung von $ x - x' ^{-1}$ nach Kugelflächenfunktionen	99
3.3.3	Multipolentwicklung nach Kugelflächenfunktionen . . .	100
3.3.4	Leitende Kugel im homogenen Feld . . . . .	102
3.4	Zylindersymmetrische Probleme . . . . .	104
3.4.1	Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten . . . . .	105
3.4.2	Fourier-Bessel-Entwicklung . . . . .	106
3.4.3	Entwicklung der Green'schen Funktion nach Zylinderfunktionen . . . . .	109
3.5	Probleme in zwei Dimensionen . . . . .	113
3.5.1	Potentialtheorie . . . . .	113
3.5.2	Funktionentheoretische Methoden . . . . .	116
	Aufgaben zu Kapitel 3 . . . . .	120
<b>4</b>	<b>Magnetostatik im Vakuum . . . . .</b>	<b>123</b>
4.1	Grundgleichungen der Magnetostatik . . . . .	123
4.1.1	Maxwell-Gleichungen . . . . .	123
4.1.2	Ampère'sches Gesetz . . . . .	124
4.1.3	Biot-Savart-Gesetz . . . . .	125
4.1.4	Magnetfeld eines unendlich langen Drahtes . . . . .	126
4.2	Magnetischer Dipol . . . . .	128
4.2.1	Berechnung von Momenten einer Stromverteilung . . .	128
4.2.2	Magnetisches Dipolfeld . . . . .	129
4.2.3	Dipolmoment einer Stromschleife . . . . .	130
4.2.4	Potential und Feld einer kreisförmigen Schleife . . .	132

4.2.5	Potentiale und Felder von Spulen . . . . .	138
4.3	Drehimpuls, Kraft und Drehmoment . . . . .	143
4.3.1	Drehimpuls und magnetisches Moment . . . . .	143
4.3.2	Kraft und Drehmoment auf eine Stromschleife . . . . .	144
4.3.3	Ampère'sches Kraftgesetz . . . . .	147
4.4	Magnetische Multipolentwicklung . . . . .	149
4.4.1	Momente des skalaren Potentials . . . . .	149
4.4.2	Vektorielle Kugelflächenfunktionen . . . . .	150
	Aufgaben zu Kapitel 4 . . . . .	153
5	<b>Elektromagnetische Vorgänge in Materie</b> . . . . .	157
5.1	Die mikroskopischen Gleichungen . . . . .	158
5.2	Die Mittelung der mikroskopischen Größen . . . . .	161
5.2.1	Die mittlere Ladungsverteilung . . . . .	161
5.2.2	Die mittlere Stromdichte . . . . .	162
5.2.3	Mittelung der Felder . . . . .	163
5.2.4	Die makroskopischen Maxwell-Gleichungen . . . . .	163
5.2.5	Randbedingungen an den Grenzflächen zweier Medien . . . . .	167
5.3	Ohm'sches Gesetz . . . . .	170
5.3.1	Drude-Modell der elektrischen Leitung . . . . .	170
5.3.2	Joule'sche Wärme . . . . .	171
5.3.3	Hall-Effekt . . . . .	173
5.4	Das Elektron im elektromagnetischen Feld . . . . .	175
5.4.1	Lagrange- und Hamilton-Funktion des Elektrons . . . . .	176
5.4.2	Bewegung eines Teilchens im äußeren Feld . . . . .	178
5.4.3	London-Gleichungen . . . . .	182
5.5	Dielektrische Eigenschaften . . . . .	185
5.5.1	Atomare Polarisierbarkeit . . . . .	185
5.5.2	Dielektrische Funktion . . . . .	189
5.6	Energie- und Impuls-Bilanz . . . . .	192
5.6.1	Energiebilanz . . . . .	192
5.6.2	Impulsbilanz und Spannungstensor . . . . .	193
	Aufgaben zu Kapitel 5 . . . . .	195
6	<b>Elektrostatik in Materie</b> . . . . .	199
6.1	Grundgleichungen und Stetigkeitsbedingungen . . . . .	199
6.2	Anwendung der Stetigkeitsbedingungen . . . . .	201
6.2.1	Konfigurationen mit Dielektrika, Leitern und Ladungen	201
6.2.2	Dielektrikum im Plattenkondensator . . . . .	204
6.2.3	Bildladungen in Dielektrika . . . . .	205
6.2.4	Dielektrische Kugel in einem äußeren Feld $E_0$ . . . . .	206
6.2.5	Die Clausius-Mossotti-Formel . . . . .	210
6.3	Energie im Dielektrikum . . . . .	212
6.3.1	Herleitung der Feldenergie im Dielektrikum . . . . .	212

6.3.2 Energie und Kraft bei Änderung der Dielektrizitätskonstante .....	214
Aufgaben zu Kapitel 6 .....	216
<b>7 Magnetostatik in Materie .....</b>	<b>219</b>
7.1 Grundgleichungen der Magnetostatik .....	219
7.1.1 Übergangsbedingungen an Materialoberflächen .....	220
7.1.2 Helmholtz'scher Zerlegungssatz .....	221
7.1.3 Potentiale und Felder in Ferromagneten .....	225
7.1.4 Anwendungen .....	227
7.2 Induktion .....	234
7.2.1 Energie des Magnetfeldes .....	234
7.2.2 Induktionskoeffizienten .....	240
7.2.3 Magnetischer Fluss und Induktivität .....	242
7.2.4 Die Selbstinduktivitäten ausgewählter Konfigurationen .....	243
7.3 Formen des Magnetismus .....	249
7.3.1 Diamagnetismus .....	253
7.3.2 Paramagnetismus .....	256
7.3.3 Ferromagnetismus .....	258
Aufgaben zu Kapitel 7 .....	265
<b>8 Felder von bewegten Ladungen .....</b>	<b>267</b>
8.1 Vektorpotential und skalares Potential in Lorenz-Eichung .....	267
8.2 Retardierte Potentiale .....	269
8.2.1 Die inhomogene Wellengleichung .....	269
8.2.2 Retardierte Potentiale und Felder einer Punktladung .....	274
8.2.3 Coulomb-Eichung .....	283
8.3 Strahlung einer bewegten Ladungsverteilung .....	288
8.3.1 Maxwell-Gleichungen für die Fourierkomponenten .....	288
8.3.2 Periodische Bewegung .....	289
8.3.3 Nahzone .....	293
8.3.4 Fernzone .....	293
8.4 Die Strahlungsanteile der Multipole .....	295
8.4.1 Elektrische Dipolstrahlung .....	295
8.4.2 Dipolstrahlung einer Antenne .....	302
8.4.3 Magnetische Dipol- und elektrische Quadrupol-Strahlung .....	306
8.4.4 Polarisationspotentiale .....	311
8.5 Strahlungsrückwirkung .....	313
8.5.1 Allgemeinerer Zugang zur Strahlungsrückwirkung im nicht relativistischen Fall .....	316
8.5.2 Endliche Ladungsverteilung .....	316
Aufgaben zu Kapitel 8 .....	318

<b>9 Quasistationäre Ströme . . . . .</b>	323
9.1 Die quasistationäre Näherung . . . . .	323
9.1.1 Die Näherung für den induktiven Teil eines Netzwerks .	324
9.1.2 Die Näherung für den kapazitiven Teil des Netzwerkes .	325
9.1.3 Kirchoff'sche Regeln . . . . .	326
9.2 Schwingungsgleichung . . . . .	329
9.2.1 Freie Schwingungen . . . . .	331
9.2.2 Erzwungene Schwingungen . . . . .	332
9.2.3 Energetische Verhältnisse . . . . .	334
9.2.4 Gekoppelte Stromkreise . . . . .	336
9.2.5 Telegrafengleichung . . . . .	338
9.3 Magnetohydrodynamik . . . . .	341
9.3.1 Die Grundgleichungen . . . . .	341
9.3.2 Magnetische Diffusion . . . . .	343
9.3.3 Magnetohydrodynamische Wellen . . . . .	344
Aufgaben zu Kapitel 9 . . . . .	344
<b>10 Elektromagnetische Wellen . . . . .</b>	347
10.1 Ebene Wellen in einem homogenen Medium . . . . .	347
10.2 Polarisierung elektromagnetischer Wellen . . . . .	348
10.2.1 Lineare und zirkulare Polarisation . . . . .	348
10.2.2 Stokes'sche Parameter . . . . .	350
10.3 Reflexions- und Brechungsgesetz für Isolatoren . . . . .	353
10.3.1 Brechungsgesetz von Snellius . . . . .	353
10.3.2 Übergangsbedingungen für elektromagnetische Wellen .	354
10.3.3 Fresnel'sche Formeln . . . . .	355
10.3.4 Brewster-Winkel . . . . .	360
10.3.5 Totalreflexion . . . . .	360
10.3.6 Geometrische Optik . . . . .	361
10.4 Wellen in Leitern . . . . .	364
10.4.1 Die Gleichungen für die Wellenausbreitung in Metallen .	364
10.4.2 Zylinderförmiger Draht (Skineffekt) . . . . .	367
10.5 Wellen in Hohlraumresonatoren und Hohlleitern . . . . .	369
10.5.1 Stehende Wellen in einem Hohlraumresonator . . . . .	369
10.5.2 Elektromagnetische Wellen in Hohlleitern . . . . .	372
Aufgaben zu Kapitel 10 . . . . .	380
<b>11 Röntgen-Streuung . . . . .</b>	381
11.1 Streuung von Licht an Elektronen . . . . .	383
11.1.1 Streuung an freien Elektronen . . . . .	383
11.1.2 Streuung an schwach gebundenen Elektronen . . . . .	387
11.1.3 Streuung an einer Ladungsverteilung . . . . .	389
11.1.4 Streuung am Gitter . . . . .	393
11.2 Dynamische Theorie der Röntgen-Beugung . . . . .	397
11.2.1 Elektromagnetische Wellen im Kristall . . . . .	397

11.2.2 Verfahren zur Lösung der fundamentalen Gleichungen .....	401
11.2.3 Brechung im Einstrahl-Fall .....	403
11.2.4 Der Zweistrahl-Fall .....	404
11.3 Laue- und Bragg-Fall .....	409
11.3.1 Beugung in einer Dimension .....	410
11.3.2 Laue-Geometrie .....	414
11.3.3 Die Bragg-Geometrie .....	417
11.4 Dynamische Beugung sphärischer Wellen .....	419
11.4.1 Laue-Fall .....	422
11.4.2 Die Intensitätsprofile im Bragg-Fall .....	425
11.4.3 Auswertung des Integrals $R_m$ .....	427
11.4.4 Die gesamte Wellenfunktion .....	429
Aufgaben zu Kapitel 11 .....	432
<b>12 Spezielle Relativitätstheorie .....</b>	<b>435</b>
12.1 Invarianzeigenschaften und das Relativitätsprinzip .....	436
12.1.1 Konstruktion einer Transformation .....	438
12.1.2 Ergänzungen zur Lorentz-Transformation .....	440
12.1.3 Zur Äthertheorie .....	442
12.1.4 Michelson-Morley-Experiment .....	444
12.1.5 Versuch von Fizeau .....	447
12.2 Die Lorentz-Transformation .....	448
12.2.1 Klassifikation der Lorentz-Gruppe .....	452
12.2.2 Die eigentliche orthochrone Lorentz-Gruppe .....	454
12.3 Raum-Zeit-Begriff .....	456
12.3.1 Synchronisation von Uhren .....	456
12.3.2 Raum-Zeit-Diagramm .....	457
12.3.3 Beobachtung schnell bewegter Körper .....	465
12.4 Zusammensetzung von Lorentz-Transformationen .....	469
12.4.1 Lorentz-Transformation für beliebige Orientierung der Relativgeschwindigkeit .....	469
12.4.2 Addition von Geschwindigkeiten .....	471
12.4.3 Multiplikation zweier Boosts .....	475
12.4.4 Doppler-Effekt .....	477
12.5 Maxwell-Gleichungen in kovarianter Form .....	481
12.5.1 Tensor-eigenschaften .....	481
12.5.2 Kovariante Tensoren der Elektrodynamik .....	483
12.5.3 Feldstärketensor .....	486
12.5.4 Maxwell-Gleichungen .....	488
12.5.5 Transformation des elektrischen und magnetischen Feldes .....	489
12.5.6 Ladungstransport in bewegten Leitern .....	493
Aufgaben zu Kapitel 12 .....	497

<b>13 Relativistische Mechanik</b> .....	501
13.1 Newtons Lex Secunda .....	501
13.1.1 Geschwindigkeit, Impuls und Beschleunigung .....	501
13.1.2 Strahlungsleistung und Strahlungsrückwirkung .....	505
13.1.3 Lorentz-Kraft .....	508
13.1.4 Energie-Impulstensor .....	510
13.2 Lagrange-Formalismus .....	512
13.2.1 Relativistische Lagrange-Funktion .....	512
13.2.2 Kovariante Formulierung des Hamilton-Prinzips .....	514
13.2.3 Elektromagnetische Feldgleichungen .....	517
13.3 Kinematische Effekte .....	519
13.3.1 Energie-Impuls-Erhaltungssatz .....	519
13.3.2 Compton-Streuung .....	520
13.3.3 Die Bewegung des Elektrons um den Kern .....	522
Aufgaben zu Kapitel 13 .....	525
<b>A Vektoren, Vektoranalysis und Integralsätze</b> .....	527
A.1 Vektorrechnung im euklidischen Raum .....	527
A.1.1 Vektoren .....	527
A.1.2 n-dimensionale Vektoren .....	530
A.1.3 Levi-Civita-Symbol .....	537
A.1.4 Determinanten .....	539
A.1.5 Dreidimensionale Vektoren .....	541
A.2 Vektoranalysis und lokale Koordinaten .....	544
A.2.1 Krummlinige Koordinaten .....	544
A.2.2 Differentialoperationen .....	546
A.3 Orthogonale krummlinige Koordinatensysteme .....	552
A.3.1 Zylinderkoordinaten .....	552
A.3.2 Kugelkoordinaten .....	555
A.3.3 Elliptische Koordinaten .....	559
A.4 Vektorfelder und Integralsätze .....	561
A.4.1 Gauß'scher Satz und Divergenz .....	561
A.4.2 Rotation und Stokes'scher Satz .....	565
A.4.3 Die Green'schen Sätze .....	569
A.4.4 Green-Funktion des Laplace-Operators .....	569
A.4.5 Mittelwertsatz .....	570
A.4.6 Lösung der Poisson-Gleichung mit Green-Funktionen .....	571
A.4.7 Ergänzungen zum Helmholtz'schen Zerlegungssatz .....	573
Aufgaben zum Anhang A .....	575
<b>B Mathematische Hilfsmittel</b> .....	577
B.1 Elemente der Funktionentheorie .....	577
B.1.1 Analytische Funktionen .....	577
B.1.2 Eigenschaften analytischer Funktionen .....	578
B.1.3 Die konforme Abbildung .....	581

## XIV Inhaltsverzeichnis

<b>B.2</b>	<b>Legendre-Polynome</b>	583
B.2.1	Rodrigues-Formel	583
B.2.2	Die erzeugende Funktion der Legendre-Polynome	584
B.2.3	Eigenschaften der Legendre-Polynome	586
B.2.4	Zugeordnete Legendre-Polynome	588
<b>B.3</b>	<b>Kugelflächenfunktionen</b>	589
<b>B.4</b>	<b>Bessel-Funktionen</b>	593
B.4.1	Bessel'sche Differentialgleichung	593
B.4.2	Eigenschaften der Bessel-Funktionen	594
<b>B.5</b>	<b>Integrale</b>	597
B.5.1	Elliptische Integrale	597
B.5.2	Integrale zur Potentialtheorie	598
B.5.3	Faltung	599
<b>B.6</b>	<b>Distributionen</b>	600
B.6.1	Die Dirac'sche Delta-Funktion	600
B.6.2	Stufenfunktion	605
	Aufgaben zum Anhang B	606
<b>C</b>	<b>Maßeinheiten in der Elektrodynamik</b>	609
C.1	Maßsysteme	609
C.2	Wechsel der Einheiten	612
C.2.1	Rationale Einheitensysteme	613
C.2.2	Physikalische Konstanten	616
	<b>Sachverzeichnis</b>	619