

Inhaltsverzeichnis

1	Elementare Begriffe	1
1.1	Mengen	1
1.2	Mengenoperationen	3
1.3	Die Menge der reellen Zahlen	5
1.4	Funktionen	10
1.5	Übungen	16
2	Grenzwerte	19
2.1	Grenzwerte von Folgen	19
2.2	Grenzwerte von Funktionen	21
2.3	Übungen	25
3	Differenzierbare Funktionen	27
3.1	Ableitung	27
3.2	Kritische Punkte	30
3.3	Mittelwertsatz	32
3.4	Weitere Ableitungen	33
3.5	Monotone Funktionen	35
3.6	Konvexität	37
3.7	Extremwertaufgaben	40
3.8	Newton-Verfahren	41
3.9	Taylor'sche Formel	44
3.10	Übungen	46
4	Integralrechnung	49
4.1	Umkehrung der Differentiation	49
4.2	Flächenproblem	50
4.3	Fundamentalsatz der Differenzial- und Integralrechnung	53
4.4	Elementare Integrationsmethoden	55
4.5	Numerische Integration	59
4.6	Anwendungen	61
4.7	Übungen	65

5	Reihen	69
5.1	Konvergenz	69
5.2	Konvergenztest	71
5.3	Rechenregeln für Reihen	77
5.4	Potenzreihen	78
5.5	Übungen	83
6	Komplexe Zahlen	85
6.1	Einführung	85
6.2	Algebraische Operationen	86
6.3	Übungen	95
7	Fourier-Reihen	97
7.1	Periodische Funktionen	97
7.2	Trigonometrische Polynome	99
7.3	Übungen	109
8	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	113
8.1	Einführung	113
8.2	Elementare Theorie	117
8.3	Verschiedene lösbarer Differenzialgleichungen	118
8.4	Newton-Methode	121
8.5	Übungen	122
9	Vektorräume	125
9.1	Raum \mathbb{R}^n	125
9.2	\mathbb{R} -Vektorräume	126
9.3	Unterräume	129
9.4	Linearkombinationen	132
9.5	\mathbb{C} -Vektorräume	133
9.6	Übungen	134
10	Basis und Dimension	137
10.1	Lineare Unabhängigkeit	137
10.2	Basen	139
10.3	Dimension	142
10.4	Direkte Summen	146
10.5	Übungen	149
11	Lineare Abbildungen	151
11.1	Einführung	151
11.2	Kern und Bild	153
11.3	Übungen	162

12 Matrizen	165
12.1 Einführung	165
12.2 Die Matrix einer linearen Abbildung	168
12.3 Rang einer Matrix	172
12.4 Invertierbare Matrizen und Basiswechsel	175
12.5 Übungen	178
13 Determinanten	181
13.1 Die Determinantefunktion	181
13.2 Eindeutigkeit der Determinantefunktion	183
13.3 Entwicklung einer Determinante	189
13.4 Berechnungsverfahren für Determinanten	192
13.5 Die Inverse einer Matrix	193
13.6 Übungen	195
14 Lineare Systeme	197
14.1 Einführung	197
14.2 Der Fall $m = n = 2$	198
14.3 Gauß-Verfahren	199
14.4 Cramer'sche Formel	201
14.5 Übungen	202
15 Euklidische Räume und Metrik	205
15.1 Skalarprodukt	205
15.2 Euklidische Metrik	207
15.3 Orthogonalität	210
15.4 Vektor- oder Kreuzprodukt	211
15.5 Übungen	214
16 Diagonalisierung	217
16.1 Eigenvektoren und Eigenwerte	218
16.2 Charakteristisches Polynom	222
16.3 Symmetrischer Fall	223
16.4 Lineare Differenzialgleichungssysteme	225
16.5 Übungen	228
Anhang A.1 Trigonometrische Funktionen	229
Anhang A.2 Lösungen der Übungen	233
Sachverzeichnis	333