

Inhaltsverzeichnis

1	Fantasievolle Wörter	1
1.1	Lemniskate	1
1.2	Zentilliarde	3
1.3	Goldener Schnitt	4
1.4	Borromäische Ringe	5
1.5	Sieb des Eratosthenes	6
1.6	Transversale aus Primzahlen	7
1.7	Wasserfall aus Primzahlen	8
1.8	Quadratzahlen, Dreieckszahlen und Kubikzahlen	8
1.9	Determinante	9
1.10	Komplexe Ebene	10
2	Faszinierende Bilder	15
2.1	Quadratische Pyramidalquadratzahl	15
2.2	Binärbäume	17
2.3	Hervorquellende Hypersphären	18
2.4	Projektive Ebene	19
2.5	Zweigegebter Graph	20
2.6	Hyperwürfel	21
2.7	Volladdierer	22
2.8	Sierpiński-Dreieck	23
2.9	Quadrierplan	24
2.10	Riemann'sche Zahlenkugel	26
3	Packende Formeln	31
3.1	Arithmetische Wunder	31
3.2	Heronische Formel und heronische Dreiecke	31
3.3	Entwicklungen von Sinus, Kosinus und Exponentialfunktion	34
3.4	Entwicklungen von Tangens und Sekans	36
3.5	Reihe für Pi	37
3.6	Produkt für Pi	38

3.7	Fibonacci-Zahlen und Pi	40
3.8	Volumen einer Kugel	40
3.9	Eulers Integralformel	42
3.10	Eulers Polyederformel	44
3.11	Die kleinste Taxicab-Zahl	45
3.12	Unendlichkeit und Unendlichkeit quadriert	46
3.13	Funktionen im Komplexen	47
3.14	Die Zetafunktion und Bernoulli-Zahlen	49
3.15	Die Riemann'sche Zetafunktion	50
3.16	Die Jacobi-Identität	52
3.17	Entropie	54
3.18	Turmpfade	55
4	Reizvolle Sätze	59
4.1	Ein Quadrat in jedem Dreieck	59
4.2	Morleys Satz	60
4.3	Die Euler'sche Gerade	63
4.4	Satz von Monge	64
4.5	Hölder-Mittel	65
4.6	Regelmäßiges Siebeneck	69
4.7	Isometrien der Ebene	71
4.8	Symmetrien der regulären konvexen Polyeder	73
4.9	Symmetrien von Polynomen	76
4.10	Könige und Diener	77
4.11	Satz von Erdős und Szekeres	79
4.12	Satz von Minkowski	81
4.13	Satz von Lagrange	83
4.14	Satz von van der Waerden	86
4.15	Lateinische Quadrate und projektive Ebenen	91
4.16	Ein Wiedersehen mit der Lemniskate	95
5	Gefällige Beweise	99
5.1	Der Satz von Pythagoras	99
5.2	Die Erdős-Mordell-Ungleichung	100
5.3	Dreiecke, deren Fläche und Umfang vorgegeben sind	101
5.4	Eine Eigenschaft der Leitlinie einer Parabel	103
5.5	Ein klassisches Integral	105
5.6	Partitionen natürlicher Zahlen	105
5.7	Ganzzahlige Dreiecke	107
5.8	Dreieckszerstörung	110
5.9	Quadratzahlen in arithmetischer Progression	112
5.10	Zufällige Hemisphären	114
5.11	Ungerade Binomialkoeffizienten	115
5.12	Das Frobenius'sche Briefmarkenproblem	116
5.13	Die Perrin-Folge	119
5.14	Die Anzahl der Halbordnungen	120

5.15	Perfekte fehlerkorrigierende Codes	122
5.16	Zauberei mit Binomialkoeffizienten	125
5.17	Eine Gruppe von Operationen	127
6	Elegante Lösungen	131
6.1	Ein Tetraeder und vier Kugeln	131
6.2	Alphabettwürfel	132
6.3	Ein Dreieck in einer Ellipse	133
6.4	Über die Nullstellen eines kubischen Polynoms	134
6.5	Abstand auf dem Planeten X	136
6.6	Ein gekippter Kreis	137
6.7	Die millionste Fibonacci-Zahl	139
6.8	Das Ende einer Vermutung	140
6.9	Ein Nullsummenspiel	142
6.10	Ein erwartetes Maximum	143
6.11	Züge in einem Graphen	145
6.12	Drehungen eines Rasters	148
6.13	Briefmarkenstreifen	151
6.14	Eine Million Euro in Kleingeld	154
6.15	Färbungen einer projektiven Ebene	156
7	Kreative Probleme	159
7.1	Zweidimensionaler Häppchenalgorithmus	159
7.2	Spiel der unbedrohten Damen	160
7.3	Lucas-Zahlen modulo m	161
7.4	Exakt kantengefärbte Graphen	162
7.5	Damenpfade	163
7.6	Spiel „Transversale erzeugen“	165
7.7	Spiel mit Binärmatrizen	166
8	Harmonische Grundlagen	169
8.1	Mengen	169
8.2	Relationen	171
8.3	Funktionen	172
8.4	Gruppen	173
8.5	Körper	177
8.6	Vektorräume	179
9	Erhellende Untersuchungen	185
9.1	Aufgaben	185
9.2	Lösungen	189
	Literatur	203
	Sachverzeichnis	207