

GEORGE POLYA

Schule des Denkens

Vom Lösen mathematischer Probleme

VIERTE AUFLAGE

FRANCKE VERLAG TÜBINGEN
UND BASEL

INHALTSVERZEICHNIS

Vorbemerkung zur Neuauflage (von Peter Roquette)	I
Vorwort	7
Einführung	II

TEIL I. IM KLASSENZIMMER

Zweck der Tabelle

1. Hilfe für den Schüler	14
2. Fragen, Anregungen, Denkopoperationen	14
3. Allgemeingültigkeit	15
4. Gesunder Menschenverstand	16
5. Lehrer und Schüler. Nachahmung und Übung	17

Hauptteile und Hauptfragen

6. Vier Phasen der Arbeit	18
7. Verstehen der Aufgabe	19
8. Beispiel	20
9. Ausdenken eines Planes	22
10. Beispiel	24
11. Ausführen des Planes	26
12. Beispiel	27
13. Rückschau	28
14. Beispiel	30
15. Verschiedenartige Wege	33
16. Die Methode des Lehrers zu fragen	34
17. Gute und schlechte Fragen	36

Weitere Beispiele

18. Eine Konstruktionsaufgabe	37
19. Eine Beweisaufgabe	39
20. Eine Geschwindigkeitsaufgabe	43

TEIL II. WIE LÖST MAN PROBLEME?

Ein Zwiegespräch	48
----------------------------	----

TEIL III. KLEINES WÖRTERBUCH DER HEURISTIK

Analogie	52
Aufstellen von Gleichungen	61
Bedingung	65
Bestimmungsaufgaben und Beweisaufgaben	66
Betrachte die Unbekannte	69
Bezeichnung	75
Bolzano	83
Definition	83
Der angehende Mathematiker	91
Der intelligente Aufgabenlöser	92
Der intelligente Leser	93
Der traditionelle Mathematikprofessor	94
Descartes	95
Diagnose	95
Durchführen eines Planes	96
Entschlossenheit, Hoffnung, Erfolg	100
Fachausdrücke, alte und neue	102
Figuren	105
Fortschritt und Leistung	110
Glänzende Idee	113
Hast du alle Daten benutzt?	115
Hast du die Aufgabe schon früher gesehen?	118
Heuristik	118
Heuristisches Denken	119
Hier ist eine Aufgabe, die der Deinen verwandt und früher schon gelöst ist	120
Hilfsaufgabe	122
Hilfselemente	128
Induktion und vollständige Induktion	133
Ist es möglich, die Bedingung zu befriedigen?	140

Kannst du das Resultat auf verschiedene Weise ableiten?	141
Kannst du das Resultat kontrollieren?	145
Kannst du das Resultat verwenden?	147
Kannst du die Aufgabe anders ausdrücken? ¹	151
Kannst du etwas Nützliches aus den Daten ableiten?	151
Kennst du eine verwandte Aufgabe?	154
Kontradiktorisch ¹	154
Korollar	154
Leibniz	155
Lemma	155
Moderne Heuristik	155
Nachprüfung durch Dimensionsbetrachtung	160
Pappus	163
Paradoxon des Erfinders	170
Pedanterie und Meisterschaft	170
Praktische Aufgaben	171
Prüfe deine Vermutung	177
Rätsel	180
Reductio ad absurdum und indirekter Beweis	188
Regeln des Lehrens	198
Regeln des Stils	198
Regeln für Entdeckungen	198
Rückwärts arbeiten	199
Schablonen-Aufgabe	206
Spezialisierung	207
Symmetrie	214
Trenne die verschiedenen Teile der Bedingung	216
Überbestimmt ¹	216
Unterbewußte Arbeit	216
Variation der Aufgabe	218
Verallgemeinerung	223
Warum Beweise?	225
Was ist unbekannt?	233
Weisheit in Sprichwörtern	234

¹ Enthält nur Verweise.

Wenn Du nicht die vorgegebene Aufgabe lösen kannst	238
Zeichen des Fortschritts	238
Zeichne eine Figur ¹	252
Zerlegung und Zusammensetzung	252

¹ Enthält nur Verweise.