

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlagen zur Berechnung elektrischer Netzwerke	1
1.1	Elektrische Netzwerke und ihre Grundgesetze	1
1.2	Berechnung linearer Gleichstromnetzwerke	4
1.2.1	Anwendung der Kirchhoffschen Sätze	4
1.2.2	Das Superpositionsprinzip und seine Nutzung	6
1.2.3	Die Methode der Ersatzquelle	7
1.2.4	Die Methode der Knotenpotentiale	11
1.2.5	Die Maschenstromanalyse	13
1.3	Berechnung von linearen elektrischen Netzwerken mit zeitabhängigen Strömen	15
1.3.1	Die Symbolische Methode und ihre Vorteile	17
1.3.2	Nutzung der Laplace-Transformation zur Berechnung von linearen Netzwerken	22
2	Prinzipien in der Technik	29
2.1	Das Superpositionsprinzip	30
2.1.1	Geschichte, Definition des Prinzips und Erscheinungsformen der Superposition	30
2.1.2	Linearität und Superpositionssatz	32
2.1.3	Vorteile der Anwendung des Superpositionsprinzips	35
2.2	Das Kompensationsprinzip	36
2.2.1	Erscheinungsformen der Kompensation und Definition des Prinzips	36
2.2.2	Nichtlinearität und Kompensationssätze	37
2.3	Übersicht zu den Prinzipien	40
3	Wirkung, Euler-Lagrange-Gleichung und deren Anwendung	41
3.1	Wirkungsintegral, Euler-Lagrange-Gleichung und Hamilton-Funktion	42
3.2	Anwendungen in Elektrotechnik und Elektromechanik	47
3.2.1	Analyse eines elektrischen Systemes mit konzentrierten Parametern	47
3.2.1.1	Das $\{L, D\}$ -Modell	47

3.2.1.2	Aufstellen der Bewegungsgleichungen aus der Lagrange- und Dissipationsfunktion	48
3.2.1.3	Aufstellen der klassischen Hamilton-Funktion	49
3.2.1.4	Ableiten der Bewegungsgleichungen	50
3.2.2	Analyse elektrischer Systeme mittels Tensor und Tensor-Rechnung .	51
3.2.2.1	Bestimmung der Metrik und einer Basis	54
3.2.3	Die Hamilton-Funktion und die Bewegungsgleichungen	56
3.2.4	Berechnung eines induktiver Wegaufnehmers	57
3.2.4.1	Beschreibung des induktiven Wegaufnehmers	58
3.2.4.2	Ein $\{L, D\}$ - Modell	59
3.2.4.3	Die Hamilton-Funktion H	61
3.2.4.4	Die Bewegungsgleichungen	62
3.2.4.5	Lösung der Bewegungsgleichungen	62
3.2.5	Die Gleichstromklingel als elektromechanisches System	67
3.2.5.1	Aufstellung der Fundamentalkreismatrix und der Fundamentalschnittmengenmatrix	70
3.2.5.2	Beschreibung des mechanischen Teils	72
3.2.5.3	Aufstellung des $\{L, D\}$ -Modells	72
3.2.5.4	Bewegungsgleichungen und Variationsableitung	74
3.2.6	Linearer Triodenverstärker im A-Betrieb	74
3.2.6.1	Lösung des Differentialgleichungssystems	78
3.2.7	Der Ferroresonanzstabilisator als elektronisches Bauelement	79
3.2.7.1	Aufstellung der Bewegungsgleichungen	80
3.2.7.2	Methodische Auswertung	83
3.2.8	Oszillatorschaltung mit OPV in Ladungsformulierung	84
3.2.9	Bewegungsgleichung einer MOSFET-Schaltung in Flussformulierung	88
3.2.9.1	Aufstellung der Bewegungsgleichung	90
3.2.10	Berechnung eines mikromechanischen Beschleunigungssensors	92
3.2.10.1	Aufstellung der Bewegungsgleichungen	95
3.2.10.2	Das Differentialgleichungssystem und seine Lösung	95
3.2.11	Wärmemengenformulierung der Grundschaltung mit einem Thermoelement	97
3.2.12	Dimension von elektrischen und magnetischen Impulsen	101
4	Differential- und Integralprinzipien, Legendre - Transformation	103
4.1	Prinzip der virtuellen Arbeit und das Hamilton - Prinzip	104
4.2	Die Legendre-Transformation	106
4.3	Die Hamilton-Funktion und kanonische Gleichungen	109

4.4	Dissipationsfunktion und erweiterte Hamilton-Funktion	109
5	Topologie von elektrischen Netzwerken und die Netzwerktheoreme	113
5.1	Kirchhoffsche Graphen und Schnittmengen	113
5.2	Fundamentalmasche- und Fundamentalschnittmengenmatrix	117
5.3	Die Knoten-Zweig-Inzidenzmatrix	120
5.4	Zusammenhänge zwischen Spannungen und Strömen in elektrischen Netzwerken	121
5.5	Netzwerktheoreme	124
5.5.1	Der Überlagerungssatz (Superpositionssatz)	124
5.5.2	Theoreme über Ersatzquellen	127
5.5.3	Der Umkehrungssatz	129
5.5.4	Das duale Netzwerk	130
5.5.5	Leistungsbilanz und der Satz von Tellegen	132
5.5.6	Theorem von Tellegen	137
5.5.6.1	Ableitung des Theorems	138
5.5.6.2	Anwendungen zum Theorem von Tellegen	139
6	Vierpole	141
6.1	Die mathematische Beschreibung eines Vierpols	142
6.1.1	Die Admittanzgleichungen eines Vierpols	142
6.1.2	Die Impedanzgleichungen eines Vierpols	143
6.1.3	Die Hybridgleichungen eines Vierpols	144
6.1.4	Die Kettenmatrix	145
6.2	Vierpolersatzschaltungen	146
6.2.1	T- und Π -Ersatzschaltung	146
6.2.1.1	Die T-Schaltung	147
6.2.1.2	Die Π -Schaltung	148
6.3	Symmetrische Vierpole	151
6.4	Betriebsverhalten von Vierpolen	155
6.4.1	Leistungsanpassung	155
6.4.2	Die Transmittanz eines Vierpols	159
6.4.3	Die Reflektanz eines Vierpols	161
6.4.3.1	Die Reflektanz am Zweipol	161
6.4.3.2	Die Reflektanz am Vierpol	163
7	Elektrische Filter	165
7.1	Klassifizierung von Filtern	165
7.2	Analoge Filterschaltungen	166
7.2.1	Passive und aktive Filterschaltungen	167

7.2.2	Passive Tief- und Hochpassfilter	167
7.2.2.1	Der passive Tiefpass	169
7.2.2.2	Der passive Hochpass	170
7.2.2.3	Der passive Bandpass	175
7.2.3	Anwendungen auf Frequenzweichen für Lautsprecher	177
7.2.3.1	Frequenzweiche erster Ordnung	177
7.2.3.2	Frequenzweiche zweiter Ordnung	180
7.2.3.3	Frequenzweiche für Drei-Wege-Boxen	181
7.2.3.4	Frequenzweiche dritter Ordnung	183
8	Theorie der Leitungen	185
8.1	Die mathematische Beschreibung der Leitung	185
8.2	Die Leitungsgleichung	188
8.3	Wellenausbreitung	192
8.4	Reflexion und Reflexionsfaktor	196
9	Die dissipative Zustandsfunktion \mathcal{L} und die dissipativen Impulse	201
9.1	Legendre-Transformation und Verluste	201
9.2	Der dissipative Impuls	206
10	$\{L, D\}$-Modelle von Bauelementen	209
10.1	Grundlagen der Ähnlichkeitstheorie	209
10.2	Ladungs- und Flussformulierung	211
10.3	Zweipole	214
10.3.1	Energieverbrauchende Elemente	214
10.3.2	Energiespeichernde Elemente	215
10.3.3	Quellen	216
10.3.3.1	Freie Quellen	216
10.3.3.2	Gesteuerte Quellen	217
10.4	Wandler	220
10.4.1	Reziprozität von Wandlern	222
10.4.2	Nichtintegrable Wandler	223
11	Der Riemannsche Raum	231
11.1	Euklidischer Raum und Riemannscher Raum	231
11.2	Rechengesetze im Riemannschen Raum	234
11.3	Der N-dimensionale Riemannsche Raum	236
11.4	Die Geodäten und ihre Bedeutung	237
11.5	Mechanische Punktsysteme mit N Freiheitsgraden	238
11.6	Variationsprobleme im Riemannschen Raum	241

11.7 Bildung der kovarianten Impulse	243
11.8 Die Forminvarianz der erweiterten Euler-Lagrange-Differentialgleichung	244
12 Die Theorie der Elemente höherer Ordnung	247
12.1 Definition der Elemente höherer Ordnung	248
12.1.1 Die Grundelemente von Elektrotechnik und Mechanik	248
12.1.2 Allgemeine Definitionsgleichung der Elemente höherer Ordnung	249
12.1.3 Der elektrische Memristor und sein Verhalten	252
12.1.3.1 Beschreibenden Gleichungen und Grundeigenschaften des elektrischen Memristors	252
12.1.3.2 Verhalten des Memristors in einfachen elektrischen Schaltungen	254
12.1.4 Elektrischen Elemente höherer Ordnung - Betrag und Phasenverhalten	259
12.1.5 Elementen höherer Ordnung und ihre Realisierung	263
12.1.6 Haupteigenschaften der Elemente höherer Ordnung	266
13 Der Lagrange-Formalismus für Elemente höherer Ordnung	269
13.1 Die Euler-Lagrange-Gleichung n-ter Ordnung	269
13.2 $\{L, D\}$ -Modelle von idealen linearen Elementen höherer Ordnung	272
13.3 $\{L, D\}$ -Modelle realer linearer Elemente höherer Ordnung	275
13.4 Nichtlineare Elemente höherer Ordnung und ihre $\{L, D\}$ -Modelle	277
13.5 Übersicht zu den Formulierungsarten	285
14 Hamilton-Funktion für Systeme mit Elementen höherer Ordnung	287
14.1 Hamilton-Funktion bei klassischer Definition verallgemeinerter Impulse	287
14.2 Die Funktion H^{*n} und die Neudefinition der verallgemeinerten Impulse	289
15 Analyse von Systemen mittels Lagrange- oder Hamilton-Formalismus	293
15.1 Stabilitätsuntersuchungen für linearer oder linearisierter Systeme	294
15.1.1 Das Hurwitz-Kriterium	296
15.1.2 Kriterium von Cremer-Leonhardt	297
15.2 Berechnung elektrischer Systeme mit Elementen höherer Ordnung	298
15.2.1 Netzwerke mit idealen Elementen höherer Ordnung und ihre Stabilität	298
15.2.2 Netzwerke mit realen linearen Elementen höherer Ordnung	301
15.2.2.1 Aufstellen der Bewegungsgleichungen über die erweiterte Euler-Lagrange-Differentialgleichung	302
15.2.2.2 Aufstellung der Bewegungsgleichungen über die Hamilton-Funktion	304
15.2.2.3 Aufstellung der Bewegungsgleichungen über die Funktion H^{*n} und Neudefinition der Impulse	305

15.2.2.4	Berechnung der Zweigströme der Schaltung	307
15.2.3	Elektrisches Netzwerk mit einem nichtlinearem Bauelement höherer Ordnung	309
15.2.3.1	Aufstellung der Bewegungsgleichungen über die Euler- Lagrange-Differentialgleichung	310
15.2.3.2	Aufstellung der Bewegungsgleichungen über die Hamilton- Funktion	311
15.2.3.3	Gewinnung der kanonischen Bewegungsgleichungen über die Funktion H^{*n} mit der Neudefinition der Impulse	313
15.2.3.4	Berechnung der Zweigströme	315
16	Technische Anwendungen für Elemente höherer Ordnung	317
16.1	SQUID (Superconducting Quantum Interference Device)	317
16.1.1	Ein Zwei-Element-SQUID's und sein Ersatzschaltbild	317
16.1.2	Transformation von Schaltungen mit Josephson-Tunnelementen	319
16.1.3	Transformation eines Netzwerkes mit einem Zwei-Elemente-SQUID	321
16.2	Elemente höherer Ordnung in elektrischen Filtern	324
16.2.1	Die Bruton-Transformation	324
16.2.2	Die Realisierung eines Elementes zweiter Ordnung und Berechnung des Filters	327
16.2.3	Vergleich von passivem und aktivem Hochpaß	329
17	Netzwerke mit fraktionalen Bauelementen	333
17.1	Zur geschichtlichen Entwicklung der fraktionalen Rechnung	333
17.2	Integraldarstellung von fraktionalen Integrodifferentialoperatoren	335
17.3	Fraktionale Integration	337
17.4	Fraktionale Differentiation und ihre Integraldarstellungen	340
17.4.1	Fraktionale Differentiation nach Riemann-Liouville	340
17.4.2	Eigenschaften des Riemann-Liouville Operators	341
17.4.3	Fraktionale Differentiation nach Grünwald-Letnikow	342
17.4.4	Die fraktionale Differentiation nach Caputo	342
17.5	Mathematische Beziehungen der Elemente höherer Ordnung in der ratio- nalen α - β -Ebene	343
17.5.1	Zum Betrag- und Phasenverhalten	344
17.5.2	Übergang zwischen den Charakteristiken der Elemente nullter und höherer ganzzahliger Ordnung	345
17.5.3	Die fraktionale Elemente der Ordnung $k = 0$	347
17.6	Approximation des Übertragungsverhaltens eines RC-Hochpasses	349
17.6.1	Messung des Frequenzganges am realen RC-Hochpass	351
17.6.2	Approximation des Frequenzverhaltens eines realen RC-Hochpasses	353

17.6.3	Ergebnisse und deren Vorteile	359
17.7	Approximation des Übertragungsverhaltens eines realen RC-Tiefpasses	361
17.7.1	Messung des Frequenzganges eines realen RC-Tiefpasses	362
17.7.2	Auswertung der Ergebnisse	362
17.8	Zum Einsatz von Bauelementen mit fraktionalem Charakter	366
18	Koordinatentransformation im Riemannschen Raum	367
18.1	Übersicht zum Programm Paket <i>Lagrange</i> [‘]	367
18.2	Implementation neuer Bauelemente	371
18.3	Das Relais als elektromechanisches Modell	372
18.3.1	Aufstellung seines $\{L, D\}$ -Modells	372
18.3.2	Modellierung der Relaisschaltung	380
18.3.3	Ausführung der Koordinatentransformation	382
18.3.4	Bestimmung der Metrik und der kovarianten Impulse	384
18.3.5	Analyse von Ankerrückwirkung und Kontaktstößen	387
18.3.6	Ermittlung des Anzugs- und Abfallstromes	390
18.3.7	Verzögerungsschaltung mit Kondensator	393
18.3.8	Parameteroptimierung einer Zerhackerschaltung	395
19	Räume, Dimensionen und physikalischer Inhalt	399
19.1	Theorie, Methode und Prinzip	399
19.2	Elektrische Netzwerke, Räume und Dimensionen	400
19.3	Felder, Räume und deren Dimension	403
19.4	Zusammenfassung	406
19.4.1	Felder	406
19.4.2	Elektrische Netzwerke	407
A	$\{L, D\}$-Modelle	409
B	Das Paket <i>Lagrange</i>[‘]	415