

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I Analysis

<b>1</b>	<b>Mengen</b>	<b>3</b>
1.1	Grundbegriffe	3
1.2	Mengenverknüpfungen	5
1.3	Zahlenmengen	6
1.3.1	Natürliche, ganze und rationale Zahlen	7
1.3.2	Reelle Zahlen	8
<b>2</b>	<b>Elementare Rechentechniken in der Menge der reellen Zahlen</b>	<b>13</b>
2.1	Zusammenfassen, Faktorisieren und Binomische Formeln	13
2.2	Bruchterme	15
2.3	Quadratwurzeln	16
2.4	Potenzen und $n$ -te Wurzeln	18
2.5	Logarithmen	20
2.6	Gleichungen und Ungleichungen	21
<b>3</b>	<b>Der Funktionsbegriff</b>	<b>25</b>
3.1	Definition und Beispiele	25
3.2	Eigenschaften reeller Funktionen	28
3.2.1	Schnittpunkte mit Koordinatenachsen	28
3.2.2	Symmetrie	29
3.2.3	Monotonie	31
3.2.4	Beschränktheit	32
3.3	Transformation und Verknüpfung von Funktionen	33
3.3.1	Transformation von Funktionen	33
3.3.2	Summe, Differenz, Produkt, Quotient von Funktionen	34
3.3.3	Verkettung von Funktionen	36
3.4	Die Umkehrfunktion	37

<b>4</b>	<b>Elementare Funktionen</b>	<b>41</b>
4.1	Lineare Funktionen	41
4.2	Quadratische Funktionen	46
4.3	Ganzrationale Funktionen	53
4.4	Wurzelfunktionen	60
4.5	Abschnittsweise definierte Funktionen	62
4.6	Gebrochen-rationale Funktionen	65
4.7	Exponential- und Logarithmusfunktionen	71
4.7.1	Allgemeine Exponential- und Logarithmusfunktionen	71
4.7.2	Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion	73
4.8	Trigonometrische Funktionen	75
4.9	Arkusfunktionen	85
<b>5</b>	<b>Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen</b>	<b>91</b>
5.1	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$	91
5.2	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	95
5.3	Stetigkeit von Funktionen	99
5.3.1	Lokale Stetigkeit	99
5.3.2	Globale Stetigkeit	99
5.3.3	Stetigkeitssätze	101
<b>6</b>	<b>Differenzialrechnung</b>	<b>105</b>
6.1	Die Ableitung einer Funktion	105
6.1.1	Differenzen- und Differenzialquotient	105
6.1.2	Differenzierbarkeit	107
6.1.3	Die Ableitungsfunktion	111
6.2	Ableitungsregeln	112
6.3	Sätze der Differenzialrechnung	116
6.3.1	Mittelwertsatz	116
6.3.2	Regeln von L'Hospital	117
6.3.3	Ableitung der Umkehrfunktion	118
6.4	Kurvendiskussion	119
6.4.1	Monotonieverhalten	119
6.4.2	Krümmungsverhalten	121
6.4.3	Extrema	123
6.4.4	Wendepunkte	126
6.4.5	Ablauf einer Kurvendiskussion	128
6.4.6	Aufstellen von Funktionstermen	133
6.5	Anwendungen in Natur, Technik und Wirtschaft	136
6.5.1	Optimierungsprobleme	136
6.5.2	Newton-Verfahren	140

<b>7</b>	<b>Integralrechnung</b>	145
7.1	Das unbestimmte Integral	145
7.1.1	Der Begriff der Stammfunktion	145
7.1.2	Integrale elementarer Funktionen	147
7.1.3	Elementare Rechenregeln	147
7.2	Das bestimmte Integral	148
7.2.1	Die Riemannsche Summe	148
7.2.2	Integralfunktionen	154
7.2.3	Flächenberechnungen	159
7.2.4	Uneigentliche Integrale	166
7.3	Integrationstechniken	168
7.3.1	Partielle Integration	169
7.3.2	Substitution	171
7.3.3	Partialbruchzerlegung	172
7.4	Ergänzende Anwendungen der Integralrechnung	174
7.4.1	Rotationsvolumina	174
7.4.2	Anwendungen in Physik und Technik	177
<b>8</b>	<b>Gewöhnliche Differenzialgleichungen</b>	181
8.1	Einführendes Beispiel	181
8.2	Grundbegriffe	182
8.3	Separierbare DGL 1. Ordnung	184
8.4	Lineare DGL 1. Ordnung	188

## Teil II Lineare Algebra und Analytische Geometrie

<b>9</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme (LGS)</b>	195
9.1	Einführung: $(2 \times 2)$ - und $(3 \times 3)$ -Systeme	195
9.2	Der Matrixbegriff	198
9.3	Der Gauß-Algorithmus	201
9.4	Überbestimmte und unterbestimmte Systeme	205
9.5	Determinanten	207
9.6	Anwendungen linearer Gleichungssysteme	212
<b>10</b>	<b>Vektoren im <math>\mathbb{R}^2</math> und <math>\mathbb{R}^3</math></b>	219
10.1	Grundbegriffe	219
10.2	Elementare Rechenoperationen	222
10.2.1	Addition und Subtraktion	222
10.2.2	Multiplikation mit Skalar	223
10.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	225
10.4	Basis und Dimension	229

10.5	Teilverhältnisse . . . . .	231
10.6	Produkte von Vektoren . . . . .	233
10.6.1	Das Skalarprodukt . . . . .	234
10.6.2	Das Vektorprodukt . . . . .	239
<b>11</b>	<b>Geraden und Ebenen im <math>\mathbb{R}^3</math></b> . . . . .	<b>247</b>
11.1	Geraden im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	247
11.2	Ebenen im $\mathbb{R}^3$ . . . . .	249
11.3	Untersuchung von Lagebeziehungen . . . . .	256
11.3.1	Lagebeziehung zweier Geraden . . . . .	256
11.3.2	Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene . . . . .	258
11.3.3	Lagebeziehung zweier Ebenen . . . . .	261
11.3.4	Lagebeziehung dreier Ebenen . . . . .	263
11.4	Geraden- und Ebenenscharen . . . . .	265
11.5	Abstandsberechnungen . . . . .	267
11.6	Projektion und Spiegelung . . . . .	269
 <b>Teil III Wahrscheinlichkeitstheorie</b>		
<b>12</b>	<b>Zufallsexperimente und Ereignisse</b> . . . . .	<b>277</b>
12.1	Zufallsexperimente . . . . .	277
12.2	Ereignisse . . . . .	280
12.3	Verknüpfung von Ereignissen . . . . .	282
<b>13</b>	<b>Wahrscheinlichkeiten</b> . . . . .	<b>285</b>
13.1	Absolute und relative Häufigkeiten . . . . .	285
13.2	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit . . . . .	287
13.3	Laplace-Experimente . . . . .	293
13.4	Baumdiagramm und Pfadregeln . . . . .	295
13.5	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit von Ereignissen . . . . .	297
13.6	Bernoulli-Wahrscheinlichkeiten . . . . .	304
<b>14</b>	<b>Kombinatorik</b> . . . . .	<b>313</b>
14.1	Das allgemeine Zählprinzip . . . . .	313
14.2	Permutationen . . . . .	315
14.3	Variationen . . . . .	317
14.4	Kombinationen . . . . .	319
<b>15</b>	<b>Zufallsvariablen und Verteilungen</b> . . . . .	<b>325</b>
15.1	Der Begriff der Zufallsvariablen . . . . .	325
15.2	Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsvariablen . . . . .	327

15.3	Merkmale von Zufallsvariablen . . . . .	333
15.3.1	Erwartungswert . . . . .	333
15.3.2	Varianz . . . . .	335
15.4	Die Binomialverteilung . . . . .	339
<b>16</b>	<b>Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung . . . .</b>	<b>345</b>
16.1	Der Standardisierungsprozess . . . . .	345
16.2	Lokale Näherungsformeln . . . . .	347
16.3	Globale Näherungsformeln . . . . .	351
16.4	Die Normalverteilung . . . . .	360
<b>17</b>	<b>Testen von Hypothesen . . . . .</b>	<b>367</b>
17.1	Grundlegende Begriffe . . . . .	367
17.2	Signifikanztest . . . . .	371
17.2.1	Rechtsseitiger Test . . . . .	371
17.2.2	Linksseitiger Test . . . . .	374
17.2.3	Zweiseitiger Test . . . . .	376
17.3	Alternativtest . . . . .	380
<b>Anhang</b>	<b>. . . . .</b>	<b>383</b>
<b>Literatur</b>	<b>. . . . .</b>	<b>393</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	<b>. . . . .</b>	<b>397</b>