

Inhaltsverzeichnis

Teil I Analysis

1 Mengen	3
1.1 Grundbegriffe	3
1.2 Mengenverknüpfungen	5
1.3 Zahlenmengen	6
1.3.1 Natürliche, ganze und rationale Zahlen	7
1.3.2 Reelle Zahlen	8
2 Elementare Rechentechniken in der Menge der reellen Zahlen	13
2.1 Zusammenfassen, Faktorisieren und Binomische Formeln	13
2.2 Bruchterme	15
2.3 Quadratwurzeln	16
2.4 Potenzen und n -te Wurzeln	18
2.5 Logarithmen	20
2.6 Gleichungen und Ungleichungen	21
3 Der Funktionsbegriff	25
3.1 Definition und Beispiele	25
3.2 Eigenschaften reeller Funktionen	28
3.2.1 Schnittpunkte mit Koordinatenachsen	28
3.2.2 Symmetrie	29
3.2.3 Monotonie	31
3.2.4 Beschränktheit	32
3.3 Transformation und Verknüpfung von Funktionen	33
3.3.1 Transformation von Funktionen	33
3.3.2 Summe, Differenz, Produkt, Quotient von Funktionen	34
3.3.3 Verkettung von Funktionen	36
3.4 Die Umkehrfunktion	37

4	Elementare Funktionen	41
4.1	Lineare Funktionen	41
4.2	Quadratische Funktionen	46
4.3	Ganzrationale Funktionen	53
4.4	Wurzelfunktionen	60
4.5	Abschnittweise definierte Funktionen	62
4.6	Gebrochen-rationale Funktionen	65
4.7	Exponential- und Logarithmusfunktionen	71
4.7.1	Allgemeine Exponential- und Logarithmusfunktionen	71
4.7.2	Natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion	73
4.8	Trigonometrische Funktionen	75
4.9	Arkusfunktionen	85
5	Grenzwerte und Stetigkeit von Funktionen	91
5.1	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$	91
5.2	Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow x_0$	95
5.3	Stetigkeit von Funktionen	99
5.3.1	Lokale Stetigkeit	99
5.3.2	Globale Stetigkeit	99
5.3.3	Stetigkeitssätze	101
6	Differenzialrechnung	105
6.1	Die Ableitung einer Funktion	105
6.1.1	Differenzen- und Differenzialquotient	105
6.1.2	Differenzierbarkeit	107
6.1.3	Die Ableitungsfunktion	111
6.2	Ableitungsregeln	112
6.3	Sätze der Differenzialrechnung	116
6.3.1	Mittelwertsatz	116
6.3.2	Regeln von L'Hospital	117
6.3.3	Ableitung der Umkehrfunktion	118
6.4	Kurvendiskussion	119
6.4.1	Monotonieverhalten	119
6.4.2	Krümmungsverhalten	121
6.4.3	Extrema	123
6.4.4	Wendepunkte	126
6.4.5	Ablauf einer Kurvendiskussion	128
6.4.6	Aufstellen von Funktionstermen	133
6.5	Anwendungen in Natur, Technik und Wirtschaft	136
6.5.1	Optimierungsprobleme	136
6.5.2	Newton-Verfahren	140

7	Integralrechnung	145
7.1	Das unbestimmte Integral	145
7.1.1	Der Begriff der Stammfunktion	145
7.1.2	Integrale elementarer Funktionen	147
7.1.3	Elementare Rechenregeln	147
7.2	Das bestimmte Integral	148
7.2.1	Die Riemannsche Summe	148
7.2.2	Integralfunktionen	154
7.2.3	Flächenberechnungen	159
7.2.4	Uneigentliche Integrale	166
7.3	Integrationstechniken	168
7.3.1	Partielle Integration	169
7.3.2	Substitution	171
7.3.3	Partialbruchzerlegung	172
7.4	Ergänzende Anwendungen der Integralrechnung	174
7.4.1	Rotationsvolumina	174
7.4.2	Anwendungen in Physik und Technik	177
8	Gewöhnliche Differenzialgleichungen	181
8.1	Einführendes Beispiel	181
8.2	Grundbegriffe	182
8.3	Separierbare DGL 1. Ordnung	184
8.4	Lineare DGL 1. Ordnung	188
 Teil II Lineare Algebra und Analytische Geometrie		
9	Lineare Gleichungssysteme (LGS)	195
9.1	Einführung: (2×2) - und (3×3) -Systeme	195
9.2	Der Matrixbegriff	198
9.3	Der Gauß-Algorithmus	201
9.4	Überbestimmte und unterbestimmte Systeme	205
9.5	Determinanten	207
9.6	Anwendungen linearer Gleichungssysteme	212
10	Vektoren im \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3	219
10.1	Grundbegriffe	219
10.2	Elementare Rechenoperationen	222
10.2.1	Addition und Subtraktion	222
10.2.2	Multiplikation mit Skalar	223
10.3	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	225
10.4	Basis und Dimension	229

10.5	Teilverhältnisse	231
10.6	Produkte von Vektoren	233
10.6.1	Das Skalarprodukt	234
10.6.2	Das Vektorprodukt	239
11	Geraden und Ebenen im \mathbb{R}^3	247
11.1	Geraden im \mathbb{R}^3	247
11.2	Ebenen im \mathbb{R}^3	249
11.3	Untersuchung von Lagebeziehungen	256
11.3.1	Lagebeziehung zweier Geraden	256
11.3.2	Lagebeziehung zwischen Gerade und Ebene	258
11.3.3	Lagebeziehung zweier Ebenen	261
11.3.4	Lagebeziehung dreier Ebenen	263
11.4	Geraden- und Ebenenscharen	265
11.5	Abstandsberechnungen	267
11.6	Projektion und Spiegelung	269
 Teil III Wahrscheinlichkeitstheorie		
12	Zufallsexperimente und Ereignisse	277
12.1	Zufallsexperimente	277
12.2	Ereignisse	280
12.3	Verknüpfung von Ereignissen	282
13	Wahrscheinlichkeiten	285
13.1	Absolute und relative Häufigkeiten	285
13.2	Axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit	287
13.3	Laplace-Experimente	293
13.4	Baumdiagramm und Pfadregeln	295
13.5	Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit von Ereignissen	297
13.6	Bernoulli-Wahrscheinlichkeiten	304
14	Kombinatorik	313
14.1	Das allgemeine Zählprinzip	313
14.2	Permutationen	315
14.3	Variationen	317
14.4	Kombinationen	319
15	Zufallsvariablen und Verteilungen	325
15.1	Der Begriff der Zufallsvariablen	325
15.2	Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsvariablen	327

15.3	Merkmale von Zufallsvariablen	333
15.3.1	Erwartungswert	333
15.3.2	Varianz	335
15.4	Die Binomialverteilung	339
16	Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung	345
16.1	Der Standardisierungsprozess	345
16.2	Lokale Näherungsformeln	347
16.3	Globale Näherungsformeln	351
16.4	Die Normalverteilung	360
17	Testen von Hypothesen	367
17.1	Grundlegende Begriffe	367
17.2	Signifikanztest	371
17.2.1	Rechtsseitiger Test	371
17.2.2	Linksseitiger Test	374
17.2.3	Zweiseitiger Test	376
17.3	Alternativtest	380
Anhang	383
Literatur	393
Sachverzeichnis	397