

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundwissen</b>	<b>1</b>
1.1 Potenzen und Wurzeln . . . . .	1
1.2 Summation, Produkt und Fakultät . . . . .	3
1.3 Logarithmus . . . . .	6
1.4 Weiteres Grundwissen . . . . .	8
1.5 Winkelmaße: Grad und Radian . . . . .	12
1.6 Zusätzliche Beispiele . . . . .	13
1.7 Aufgaben . . . . .	18
<b>2 Elementare Funktionen</b>	<b>23</b>
2.1 Polynomfunktionen . . . . .	23
2.2 Potenz- und Wurzelfunktionen . . . . .	27
2.3 Exponentialfunktion . . . . .	28
2.4 Logarithmus-Funktionen . . . . .	30
2.5 Symmetrie und Antimetrie von Funktionen . . . . .	35
2.6 Stetigkeit und Glattheit von Funktionen . . . . .	36
2.7 Trigonometrische Funktionen . . . . .	37
2.8 Arkusfunktionen . . . . .	42
2.9 Hyperbelfunktionen . . . . .	43
2.10 Explizite und implizite Darstellung von Funktionen . . . . .	44
2.11 Funktionen in Parameterdarstellung . . . . .	45
2.12 Kegelschnitt-Funktionen . . . . .	47
2.13 Weitere Funktionen . . . . .	51
2.14 Zusätzliche Beispiele . . . . .	52
2.15 Aufgaben . . . . .	53
<b>3 Differentialrechnung</b>	<b>57</b>
3.1 Differenzenquotient . . . . .	57
3.2 Differentialquotient . . . . .	59
3.3 Definition der Ableitung . . . . .	60
3.4 Ableitungsregeln . . . . .	62
3.5 Ableitung logarithmischer Funktionen . . . . .	69
3.6 Ableitung von Parameterfunktionen . . . . .	69
3.7 Ableitung impliziter Funktionen . . . . .	71
3.8 Linearisierung einer Funktion . . . . .	72
3.9 Höhere Ableitungen . . . . .	75
3.10 Alternative Formeln für die zweite Ableitung . . . . .	75
3.11 Unbestimmte Ausdrücke und Regel von l'Hospital . . . . .	77
3.12 Krümmungsradius einer Kurve . . . . .	81

3.13	Lokale Extremwerte einer Funktion . . . . .	83
3.14	Newton-Verfahren für Nullstellenbestimmung . . . . .	86
3.15	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen . . . . .	91
3.16	Zusätzliche Beispiele . . . . .	94
3.17	Technische Anwendungen . . . . .	107
3.18	Aufgaben . . . . .	119
<b>4</b>	<b>Matrizen und lineare Gleichungssysteme</b>	<b>129</b>
4.1	Einführung . . . . .	129
4.2	Definitionen für Matrizen . . . . .	131
4.3	Transposition von Matrizen . . . . .	136
4.4	Addition und Subtraktion von Matrizen . . . . .	137
4.5	Multiplikation von Matrizen . . . . .	139
4.6	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	147
4.7	Lineare Abhängigkeit . . . . .	156
4.8	Determinanten . . . . .	159
4.9	Invertierung von Matrizen . . . . .	169
4.10	Zusätzliche Beispiele . . . . .	174
4.11	Technische Beispiele . . . . .	182
4.12	Aufgaben . . . . .	185
<b>5</b>	<b>Vektorrechnung</b>	<b>197</b>
5.1	Definitionen für Vektoren . . . . .	198
5.2	Komponentenschreibweise für Vektoren . . . . .	200
5.3	Linearkombination von Vektoren . . . . .	202
5.4	Vektordarstellung mit Basisvektoren . . . . .	206
5.5	Skalarprodukt . . . . .	207
5.6	Kreuzprodukt . . . . .	211
5.7	Technische Anwendungen des Kreuzprodukts . . . . .	216
5.8	Spatprodukt . . . . .	220
5.9	Lineare Abhängigkeit von Vektoren . . . . .	222
5.10	Vektorrechnung in der analytischen Geometrie . . . . .	224
5.11	Zusätzliche Beispiele . . . . .	237
5.12	Technische Beispiele . . . . .	256
5.13	Aufgaben . . . . .	262
<b>6</b>	<b>Analytische Geometrie</b>	<b>267</b>
6.1	Koordinatensysteme . . . . .	267
6.2	Koordinatentransformation in der $xy$ -Ebene . . . . .	272
6.3	Abstand zwischen zwei Punkten . . . . .	278
6.4	Geraden in der $xy$ -Ebene . . . . .	279
6.5	Zusätzliche Beispiele . . . . .	293
6.6	Aufgaben . . . . .	298
<b>7</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>301</b>

7.1	Unbestimmtes Integral . . . . .	302
7.2	Bestimmtes Integral . . . . .	308
7.3	Numerische Integration . . . . .	313
7.4	Geometrische Anwendungen der Integralrechnung . . . . .	322
7.5	Technische Anwendungen der Integralrechnung . . . . .	336
7.6	Zusätzliche Beispiele . . . . .	342
7.7	Technische Anwendungsbeispiele . . . . .	361
7.8	Aufgaben . . . . .	368
<b>8</b>	<b>Stochastik</b>	<b>373</b>
8.1	Deskriptive Statistik . . . . .	374
8.2	Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	384
8.3	Zufallsvariable . . . . .	393
8.4	Verteilungsfunktion $F(x)$ . . . . .	395
8.5	Dichtefunktion $f(x)$ . . . . .	396
8.6	Maßzahlen einer stetig verteilten Zufallsvariable . . . . .	398
8.7	Normalverteilung . . . . .	400
8.8	Weitere Verteilungen . . . . .	406
8.9	Zusätzliche Beispiele . . . . .	407
8.10	Aufgaben . . . . .	410
<b>9</b>	<b>Gewöhnliche Differentialgleichungen</b>	<b>413</b>
9.1	Einführung . . . . .	413
9.2	Definitionen für gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	417
9.3	Lösung einer Differentialgleichung . . . . .	420
9.4	Allgemeine, spezielle und partikuläre Lösung . . . . .	422
9.5	Lösungsstrategie für ein physikalisches Problem . . . . .	424
9.6	Differentialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	425
9.7	Zusätzliche Beispiele für lineare DGLn 1. Ordnung . . . . .	443
9.8	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung . . . . .	466
9.9	Zusätzliche Beispiele für lineare DGLn 2. Ordnung . . . . .	479
9.10	Anwendungsbeispiele aus der Strukturdynamik . . . . .	483
9.11	Weitere technische Anwendungsbeispiele . . . . .	494
9.12	Aufgaben . . . . .	501
<b>10</b>	<b>Fourier-Reihen</b>	<b>505</b>
10.1	Einführung . . . . .	505
10.2	Fourier-Reihen . . . . .	507
10.3	Fourier-Reihen gerader und ungerader Funktionen . . . . .	517
10.4	Fourier-Reihe einer bereichsweise definierten Funktion . . . . .	520
10.5	Aufgaben . . . . .	524
<b>11</b>	<b>Differentialrechnung für multivariable Funktionen</b>	<b>527</b>
11.1	Einleitung . . . . .	527
11.2	Partielle Ableitung einer Funktion von zwei Variablen . . . . .	530

11.3 Partielle Ableitung einer Funktion von $n$ unabhängigen Variablen . . . . .	536
11.4 Das totale Differential . . . . .	539
11.5 Implizite Ableitung . . . . .	546
11.6 Skalarfelder und Skalarfunktionen . . . . .	550
11.7 Gradient . . . . .	552
11.8 Richtungsableitung . . . . .	557
11.9 Niveaulinien und Niveaumassen . . . . .	560
11.10 Extremwerte von Funktionen mehrerer Variablen . . . . .	566
11.11 Zusätzliche Beispiele . . . . .	571
11.12 Technische Anwendungsbeispiele . . . . .	591
11.13 Aufgaben . . . . .	597
<b>12 Partielle Differentialgleichungen</b> . . . . .	<b>603</b>
12.1 Einführung . . . . .	603
12.2 Biegeschwingungen eines Balkens . . . . .	603
12.3 Axialschwingungen eines Stabs . . . . .	612
12.4 Schwingungen eines vorgespannten Seils oder einer Saite . . . . .	618
12.5 Plattenbiegung . . . . .	622
12.6 Aufgaben . . . . .	624
<b>13 Eigenwertaufgaben</b> . . . . .	<b>627</b>
13.1 Einführung . . . . .	627
13.2 Spezielle und allgemeine Eigenwertaufgabe . . . . .	628
13.3 Lösung der speziellen Eigenwertaufgabe . . . . .	630
13.4 Lösung der allgemeinen Eigenwertaufgabe . . . . .	634
13.5 Zusätzliche Beispiele . . . . .	637
13.6 Aufgaben . . . . .	639
13.7 Kenngrößen einer Matrix und Eigenwerte . . . . .	641
13.8 Numerische Methoden für Eigenwertaufgaben . . . . .	646
13.9 Mises-Iterationsverfahren (Power-Methode) . . . . .	647
13.10 Inverse Iteration (Modifiziertes Mises-Iterationsverfahren) . . . . .	654
13.11 Inverse Iteration bei Schwingungsproblemen . . . . .	658
13.12 Inverse Iteration bei Stabilitätsaufgaben der Strukturmechanik . . . . .	665
13.13 Zusätzliche Beispiele . . . . .	667
13.14 Aufgaben . . . . .	671
<b>14 Lösung von nichtlinearen Gleichungen</b> . . . . .	<b>675</b>
14.1 Regula Falsi . . . . .	675
14.2 Fixpunkt-Iteration . . . . .	679
14.3 Zusätzliche Beispiele . . . . .	683
14.4 Aufgaben . . . . .	686
<b>15 Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</b> . . . . .	<b>687</b>
15.1 LU-Faktorisierung . . . . .	687
15.2 Cholesky-Verfahren . . . . .	693

15.3	Gauss-Seidel-Verfahren . . . . .	695
15.4	Zusätzliche Beispiele . . . . .	699
15.5	Aufgaben . . . . .	700
<b>16</b>	<b>Numerische Lösung von Differentialgleichungen</b>	<b>701</b>
16.1	Differentialgleichungen 1. Ordnung . . . . .	701
16.2	Zusätzliche Beispiele . . . . .	706
16.3	Aufgaben . . . . .	709
<b>17</b>	<b>Komplexe Zahlen</b>	<b>711</b>
17.1	Einführung . . . . .	711
17.2	Algebraische Operationen mit komplexen Zahlen: . . . . .	715
17.3	Aufgaben . . . . .	717
<b>18</b>	<b>Mathematik mit Maple</b>	<b>719</b>
18.1	Einführung in Maple . . . . .	720
18.2	Elementar-Mathematik . . . . .	727
18.3	Differentialrechnung . . . . .	729
18.4	Lineare Algebra . . . . .	733
18.5	Vektorrechnung . . . . .	737
18.6	Integralrechnung . . . . .	739
18.7	Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	741
18.8	Fourier-Reihen . . . . .	743
18.9	Differentialrechnung für multivariable Funktionen . . . . .	745
18.10	Partielle Differentialgleichungen . . . . .	747
18.11	Eigenwerte . . . . .	749
18.12	Nichtlineare Gleichungen . . . . .	756
18.13	Lineare Gleichungssysteme . . . . .	757
18.14	Differentialgleichungen . . . . .	759
<b>19</b>	<b>Mathematik mit C++</b>	<b>761</b>
19.1	Einführung . . . . .	761
19.2	Der C++ Compiler . . . . .	762
19.3	Ableitung einer Funktion . . . . .	763
19.4	Newton-Verfahren . . . . .	764
19.5	Lineare Algebra . . . . .	764
19.6	Integralrechnung . . . . .	766
19.7	Finite-Elemente-Methode - FEM . . . . .	766
<b>Anhang</b>		<b>771</b>
<b>A</b>	<b>Ausgewählte Formeln und Beziehungen</b>	<b>773</b>
A.1	Trigonometrische Funktionen . . . . .	773
A.2	Arkusfunktionen . . . . .	775

A.3	Hyperbelfunktionen . . . . .	775
A.4	Ableitungen elementarer Funktionen . . . . .	776
A.5	Unbestimmte Integrale . . . . .	777
A.6	Einige bestimmte Integrale . . . . .	785
A.7	Verschiedene Ausdrücke . . . . .	787
A.8	Verteilungsfunktion der Normalverteilung . . . . .	788
A.9	Verschiedene Konstanten und Symbole . . . . .	793
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>795</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>797</b>