

---

# Inhaltsverzeichnis

---

## Teil I Grundlagen

---

<b>1 Mengenlehre und Aussagenlogik</b> .....	3
1.1 Vorbemerkung .....	3
1.2 Mengen .....	4
1.2.1 Mengenoperationen .....	7
1.2.2 Mengengesetze .....	10
1.2.3 Zahlenmengen .....	12
1.3 Aussagenlogik .....	14
1.3.1 Logikoperatoren .....	14
1.3.2 Regeln .....	16
1.3.3 Gesetze der Logik .....	17
1.4 Fazit .....	20
<b>2 Funktionen</b> .....	21
2.1 Vorbemerkung .....	21
2.2 Funktionsbegriff .....	22
2.3 Funktionen in Scilab .....	25
2.4 Besondere mathematische Funktionen .....	27
2.4.1 Summenzeichen .....	27
2.4.2 Produktzeichen .....	30
2.4.3 Betragsfunktion .....	30
2.4.4 Ganzzahlfunktion .....	31
2.4.5 Potenz- und Wurzelfunktion .....	31
2.4.6 Exponentialfunktionen .....	34
2.4.7 Logarithmusfunktion .....	37
2.4.8 Anwendung in Scilab .....	41
2.5 Fazit .....	42

<b>3 Kombinatorik . . . . .</b>	<b>43</b>
3.1 Vorbemerkung . . . . .	43
3.2 Fakultät und Binomialkoeffizient . . . . .	44
3.2.1 Fakultät . . . . .	44
3.2.2 Binomialkoeffizient . . . . .	44
3.2.3 Definition des Binomialkoeffizienten in Scilab . . . . .	46
3.3 Permutation . . . . .	46
3.3.1 Permutation ohne Wiederholung . . . . .	47
3.3.2 Permutation mit Wiederholung . . . . .	47
3.4 Variation . . . . .	48
3.4.1 Variation ohne Wiederholung . . . . .	48
3.4.2 Variation mit Wiederholung . . . . .	49
3.5 Kombination . . . . .	50
3.5.1 Kombination ohne Wiederholung . . . . .	50
3.5.2 Kombination mit Wiederholung . . . . .	51
3.6 Fazit . . . . .	54

**Teil II Lineare Algebra**

<b>4 Vektoren . . . . .</b>	<b>57</b>
4.1 Vorbemerkung . . . . .	57
4.2 Eigenschaften von Vektoren . . . . .	58
4.3 Operationen mit Vektoren . . . . .	60
4.3.1 Addition (Subtraktion) von Vektoren . . . . .	60
4.3.2 Skalares Vielfaches eines Vektors . . . . .	60
4.4 Geometrische Darstellung von Vektoren . . . . .	61
4.5 Linearkombinationen und lineare Abhängigkeit von Vektoren . . . . .	61
4.6 Linear unabhängige Vektoren und Basisvektoren . . . . .	62
4.7 Skalarprodukt (inneres Produkt) . . . . .	64
4.8 Vektoren in Scilab . . . . .	67
4.9 Fazit . . . . .	68
<b>5 Matrizen . . . . .</b>	<b>69</b>
5.1 Vorbemerkung . . . . .	69
5.2 Einfache Matrizen . . . . .	70
5.3 Spezielle Matrizen . . . . .	70
5.4 Operationen mit Matrizen . . . . .	72
5.4.1 Addition (Subtraktion) von Matrizen . . . . .	72
5.4.2 Multiplikation einer Matrix mit einem skalaren Faktor . . . . .	73
5.4.3 Multiplikation von Matrizen . . . . .	73
5.5 Ökonomische Anwendung . . . . .	74
5.6 Matrizenrechnung mit Scilab . . . . .	78
5.7 Fazit . . . . .	79

6	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	81
6.1	Vorbemerkung	82
6.2	Inhomogene lineare Gleichungssysteme	82
6.2.1	Lösung eines inhomogenen Gleichungssystems	83
6.2.2	Linear abhängige Gleichungen im Gleichungssystem	85
6.2.3	Lösen eines Gleichungssystems mit dem Gauß-Algorithmus	88
6.2.4	Lösen eines Gleichungssystems mit Scilab	94
6.3	Rang einer Matrix	94
6.3.1	Eigenschaft des Rangs	95
6.3.2	Rang und lineares Gleichungssystem	95
6.3.3	Berechnung des Rangs mit Scilab	96
6.4	Inverse einer Matrix	96
6.4.1	Eigenschaft der Inversen	96
6.4.2	Berechnung der Inversen	97
6.4.3	Berechnung von Inversen mit Scilab	99
6.5	Ökonomische Anwendung: Input-Output-Analyse	99
6.5.1	Klassische Analyse	99
6.5.2	Preisanalyse	102
6.5.3	Lösen linearer Gleichungssysteme mit Scilab	106
6.6	Determinante einer Matrix	108
6.6.1	Berechnung von Determinanten	108
6.6.2	Einige Eigenschaften von Determinanten	111
6.6.3	Berechnung von Determinanten in Scilab	112
6.7	Homogene Gleichungssysteme	112
6.7.1	Eigenwerte	112
6.7.2	Eigenvektoren	113
6.7.3	Einige Eigenschaften von Eigenwerten	114
6.7.4	Ähnliche Matrizen	114
6.7.5	Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren mit Scilab	116
6.8	Fazit	117
7	<b>Lineare Optimierung</b>	119
7.1	Vorbemerkung	119
7.2	Formulierung der Grundaufgabe	120
7.3	Grafische Maximierung	123
7.4	Matrix-Formulierung der linearen Optimierung	123
7.5	Simplex-Methode für die Maximierung	125
7.6	Interpretation des Simplex-Endtableaus	129
7.7	Sonderfälle im Simplex-Algorithmus	131
7.7.1	Unbeschränkte Lösung	131
7.7.2	Degeneration	132
7.7.3	Mehrdeutige Lösung	133
7.8	Erweiterungen des Simplex-Algorithmus	133
7.8.1	Berücksichtigung von Größer-gleich-Beschränkungen	133

7.8.2	Berücksichtigung von Gleichungen .....	136
7.9	Ein Minimierungsproblem .....	137
7.10	Grafische Minimierung .....	138
7.11	Simplex-Methode für die Minimierung .....	139
7.12	Dualitätstheorem der linearen Optimierung .....	141
7.13	Lineare Optimierung mit Scilab .....	142
7.14	Fazit .....	144

---

**Teil III Analysis**

---

<b>8</b>	<b>Rationale Funktionen, Folgen und Reihen .....</b>	147
8.1	Vorbemerkung .....	147
8.2	Ganz-rationale Funktionen .....	148
8.2.1	Partialdivision und Linearfaktorzerlegung .....	150
8.2.2	Nullstellenberechnung mit der Regula falsi .....	151
8.2.3	Nullstellenberechnung mit Scilab .....	155
8.3	Gebrochen-rationale Funktionen .....	156
8.4	Folgen .....	158
8.4.1	Arithmetische Folge .....	159
8.4.2	Geometrische Folge .....	160
8.5	Reihen .....	160
8.5.1	Arithmetische Reihe .....	161
8.5.2	Geometrische Reihe .....	162
8.6	Fazit .....	164
<b>9</b>	<b>Grundlagen der Finanzmathematik .....</b>	165
9.1	Vorbemerkung .....	166
9.2	Tageszählkonventionen .....	167
9.3	Lineare Zinsrechnung .....	168
9.4	Exponentielle Zinsrechnung .....	169
9.4.1	Nachschüssige exponentielle Verzinsung .....	169
9.4.2	Vorschüssige exponentielle Verzinsung .....	171
9.4.3	Gemischte Verzinsung .....	172
9.4.4	Unterjährige periodische Verzinsung .....	173
9.5	Rentenrechnung .....	178
9.5.1	Rentenrechnung mit linearer Verzinsung .....	178
9.5.2	Rentenrechnung mit exponentieller Verzinsung .....	180
9.6	Besondere Raten .....	192
9.6.1	Wachsende Rente .....	192
9.6.2	Ewige Rente .....	193
9.7	Kurs- und Renditeberechnung eines Wertpapiers .....	194
9.7.1	Kursberechnung .....	194
9.7.2	Renditeberechnung für ein Wertpapier .....	197
9.7.3	Berechnung einer Wertpapierrendite mit Scilab .....	199

9.7.4	Zinssatzstruktur . . . . .	200
9.7.5	Barwertberechnung bei nicht-flacher Zinssatzstruktur . . . . .	201
9.7.6	Berechnung von Nullkuponrenditen mit Scilab . . . . .	203
9.7.7	Duration . . . . .	204
9.7.8	Berechnung der Duration mit Scilab . . . . .	208
9.8	Annuitätenrechnung . . . . .	208
9.8.1	Annuität . . . . .	208
9.8.2	Restschuld . . . . .	211
9.8.3	Tilgungsrate . . . . .	212
9.8.4	Anfänglicher Tilgungssatz . . . . .	212
9.8.5	Tilgungsplan . . . . .	214
9.8.6	Berechnung eines Tilgungsplans mit Scilab . . . . .	215
9.8.7	Effektiver Kreditzinssatz . . . . .	217
9.8.8	Berechnung des effektiven Kreditzinssatzes mit Scilab . . . . .	224
9.8.9	Mittlere Kreditlaufzeit . . . . .	225
9.8.10	Margenbarwert eines Kredits . . . . .	226
9.8.11	Berechnung des Margenbartwerts mit Scilab . . . . .	228
9.9	Investitionsrechnung . . . . .	231
9.9.1	Kapitalwertmethode . . . . .	231
9.9.2	Methode des internen Zinssatzes . . . . .	233
9.9.3	Berechnungen des Kapitalwerts und des internen Zinssatzes mit Scilab . . . . .	234
9.9.4	Probleme der Investitionsrechnung . . . . .	235
9.9.5	Investitionsrechnung bei nicht-flacher Zinssatzstruktur . . . . .	237
9.10	Fazit . . . . .	241
10	<b>Differentialrechnung für Funktionen mit einer Variable</b> . . . . .	243
10.1	Vorbemerkung . . . . .	244
10.2	Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion . . . . .	244
10.3	Differentialquotient . . . . .	246
10.3.1	Ableitung einer Potenzfunktion . . . . .	248
10.3.2	Ableitung der Exponentialfunktion . . . . .	249
10.3.3	Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion . . . . .	250
10.3.4	Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion . . . . .	250
10.4	Differentiation von verknüpften Funktionen . . . . .	250
10.4.1	Konstant-Faktor-Regel . . . . .	251
10.4.2	Summenregel . . . . .	251
10.4.3	Produktregel . . . . .	252
10.4.4	Quotientenregel . . . . .	253
10.4.5	Kettenregel . . . . .	254
10.5	Ergänzende Differentiationstechniken . . . . .	256
10.5.1	Ableitung der Umkehrfunktion . . . . .	256
10.5.2	Ableitung einer logarithmierten Funktion . . . . .	257
10.5.3	Ableitung der Exponentialfunktion zur Basis $a$ . . . . .	257
10.5.4	Ableitung der Logarithmusfunktion zur Basis $a$ . . . . .	258

10.6	Höhere Ableitungen und Extremwerte .....	259
10.7	Newton-Verfahren .....	262
10.8	Ökonomische Anwendung .....	264
10.8.1	Ertragsfunktion .....	265
10.8.2	Beziehung zwischen Grenzerlös und Preis .....	267
10.8.3	Kostenfunktion .....	269
10.8.4	Individuelle Angebotsplanung unter vollkommener Konkurrenz .....	273
10.8.5	Angebotsverhalten eines Monopolisten .....	275
10.8.6	Elastizitäten .....	279
10.9	Fazit .....	284
<b>11</b>	<b>Funktionen und Differentialrechnung mit zwei Variablen .....</b>	<b>285</b>
11.1	Vorbemerkung .....	286
11.2	Funktionen mit zwei Variablen .....	286
11.2.1	Isoquanten .....	287
11.2.2	Nullstellen .....	287
11.3	Differenzieren von Funktionen mit zwei Variablen .....	287
11.3.1	Partielles Differential .....	288
11.3.2	Partielles Differential höherer Ordnung .....	290
11.3.3	Totales Differential .....	290
11.3.4	Differentiation impliziter Funktionen .....	291
11.3.5	Ökonomische Anwendungen .....	292
11.4	Extremwertbestimmung .....	295
11.5	Extremwertbestimmung unter Nebenbedingung: Lagrange-Funktion 298	298
11.5.1	Notwendige Bedingung für einen Extremwert .....	299
11.5.2	Lagrange-Multiplikator .....	301
11.5.3	Hinreichende Bedingung für ein Maximum bzw. Minimum 302	302
11.5.4	Ökonomische Anwendung: Minimalkostenkombination ..	306
11.5.5	Ökonomische Anwendung: Portfolio-Theorie nach Markowitz .....	308
11.6	Fazit .....	328
<b>12</b>	<b>Grundlagen der Integralrechnung .....</b>	<b>329</b>
12.1	Vorbemerkung .....	329
12.2	Das unbestimmte Integral .....	330
12.2.1	Integrale für elementare Funktionen .....	331
12.2.2	Integrationsregeln .....	332
12.2.3	Ökonomische Anwendung .....	339
12.3	Das bestimmte Integral .....	341
12.3.1	Hauptsatz der Integralrechnung .....	342
12.3.2	Eigenschaften bestimmter Integrale .....	343
12.3.3	Beispiele für bestimmte Integrale .....	345
12.3.4	Ökonomische Anwendung .....	346
12.3.5	Integralberechnung mit Scilab .....	347

12.4 Uneigentliche Integrale .....	348
12.4.1 Ökonomische Anwendung .....	349
12.4.2 Statistische Anwendung .....	349
12.5 Fazit .....	350

---

**Teil IV Anhang**

---

Eine kurze Einführung in Scilab .....	353
Lösungen zu den Übungen .....	357
Literaturverzeichnis .....	387
Sachverzeichnis .....	389